SONDERABDRUCK AUS JAHRESBERICHT
DER DEUTSCHEN MATHEMATIKER-VEREINIGUNG
41. Band. 1931. Heft 1/4

Artur Rosenthal

Victor Eberhard

LEIPZIG / B. G. TEUBNER / BERLIN

Sonderabdruck aus dem
Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. XLI. 1931. Heft 1/4.
Verlag und Druck von B. G. Teubner in Leipzig.

Victor Eberhard.

Von Artur Rosenthal in Heidelberg.

Mit einem Bildnis (1922 aufgenommen).

Victor Eberhard.

Am 28. April 1927 ist Victor Eberhard in Halle a. S. im Alter von 66 Jahren gestorben. Seinen Nachruf zu schreiben, hatte Ernst Steinitz übernommen; er konnte nicht ahnen, daß er alsbald durch schwere Krankheit gehemmt und dann leider selbst — allzufrüh — dahingerafft werden sollte. Nur zögernd habe ich mich sodann bereitgefunden, an jene Aufgabe heranzugehen. Denn ich habe Eberhard nicht persönlich gekannt und nie gesehen; und gerade Persönlichkeit und Schicksal dieses blinden Mathematikers wird wohl Interesse und Anteilnahme erwecken. Für Mitteilungen über sein Leben und Wesen habe ich (neben anderen) ganz besonders der (jetzt in München lebenden) Witwe Eberhards und seinem Studienfreund Herrn Geheimrat A. Galle (Potsdam) verbindlichst zu danken.

Victor Guido Feodor Eberhard wurde am 17. Januar 1861 in Pleß (Schlesien) als dritter Sohn des Geheimen Justiz- und Oberlandesgerichtsrats Richard Eberhard geboren. Er besuchte das Gymnasium (die „Fürstenschule") seiner Heimatstadt. Schon in seinem 13. Lebensjahr traf ihn der furchtbare Schicksalsschlag: er erblindete vollständig. Etwa gleichzeitig mit ihm verlor auch sein (um drei Jahre) jüngerer Bruder das Augenlicht. Über die Entstehung seiner Blindheit hat Eberhard erzählt, daß jeder der beiden Brüder beim Spielen mit Kameraden einen Schlag in ein Auge bekommen habe (oder von einem Papierpfeil getroffen worden sei) und daß sich daraus — weil sie den Vorfall ihren Eltern verheimlicht hätten — das schwere, schließlich beide Augen befallende Leiden entwickelt habe. Vermutlich ist diese Meinung Eberhard nachträglich suggeriert worden; auch sein zweitältester Bruder, der später Generaloberarzt gewesen ist, hat — so wird berichtet — eine äußere Verletzung der Augen bestritten. Wahrscheinlich liegt erbliche Belastung vor; denn außer Eberhard und seinem jüngeren Bruder war auch eine von seinen (drei) Schwestern auf einem Auge erblindet (seine Eltern allerdings hatten gesunde Augen).

Beim Eintreten dieser Katastrophe zeigte sich schon ganz Eberhards Energie und geistige Haltung. Während sein jüngerer Bruder mehrere Jahre hindurch in einer Blindenanstalt untergebracht war, hat sich Eberhard selbst von Anfang dagegen hartnäckig gesträubt; er ist bis zur Reifeprüfung auf dem Gymnasium geblieben. (Übrigens ist später auch sein jüngerer Bruder wieder auf das Gymnasium zurückgekehrt; er hat darnach Philosophie studiert und in diesem Fach auch promoviert.) So hat Eberhard in seinem ganzen Leben gegen sein Leiden angekämpft. Er wollte in allem den Sehenden gleich kommen und hat mit größter Energie alle Hemmungen, die sich aus seiner Blindheit ergaben, zu unterdrücken und geradezu zu ignorieren gesucht. Er legte Wert darauf, wie ein Sehender behandelt zu werden, und man konnte deshalb in seiner Gegenwart — so wird berichtet — ganz unbekümmert über alles sprechen, was man sah, ohne in ihm ein Bedauern zu erregen, daß ihm die Welt des Schauens verschlossen war. Sein erstaunliches Gedächtnis, das — wie häufig in ähnlichen Fällen — nach seiner Erblindung sich vermutlich noch sehr gesteigert hat, seine schnelle Auffassungsgabe und seine lebhafte Phantasie haben ihm in mancher Beziehung für das verlorene Augenlicht Ersatz geboten.

Nachdem sich auf dem Gymnasium frühzeitig seine mathematische Begabung gezeigt hatte, studierte Eberhard von 1879—1884 an der Universität Breslau Mathematik und Physik. Seine dortigen Lehrer waren J. Rosanes und H. Schroeter sowie die damaligen Privatdozenten F. Schottky und O. Staude. Im Februar 1885 hat er in Breslau promoviert mit einer H. Schroeter gewidmeten Dissertation „Über eine räumlich involutorische Verwandtschaft 7. Grades und ihre Kernfläche 4. Ordnung". 1885—1887 setzte er an der Universität Berlin, hauptsächlich bei Weierstraß sowie bei Kronecker und Fuchs, seine mathematischen Studien fort. Im Sommer 1888 habilitierte er sich an der Universität Königsberg. Seine Königsberger Zeit war für ihn besonders fruchtbar; seine beiden Bücher

[5] und [7][1]) sind damals entstanden. 1894 wurde er dort zum außeretatmäßigen Professor ernannt und 1895 als planmäßiger außerordentlicher Professor an die Universität Halle berufen, wo er dann bis zu seinem Tode tätig gewesen ist.[2])

Daß es ihm trotz seiner Blindheit möglich gewesen ist, Vorlesungen und sogar mit Vorliebe geometrische Vorlesungen zu halten, hat er neben seiner unbeugsamen Willenskraft vor allem seinem hervorragend treuen Gedächtnis zu danken. Er ließ während seines Vortrages Formeln und Figuren nach seinen mit großer Klarheit gegebenen Anweisungen durch einen Helfer (mit dem er die Vorlesung vorher besprochen hatte) an die Tafel anschreiben und zeichnen. Diese Formeln und Figuren behielt er mit allen Einzelheiten der Bezeichnung völlig im Kopf, so daß er sich bei seinem Vortrag immer wieder mit Sicherheit darauf beziehen konnte.

Dem lange Einsamen war noch ein spätes Glück beschieden; erst im Dezember 1921, also mit beinahe 61 Jahren hat er geheiratet. Seine Frau Emmi, geborene Rehfeldt, die früher in Dresden, gemeinsam mit einer seiner Kusinen, in der Malerei ausgebildet wurde, hat er schon 1912 bei seinen Verwandten kennengelernt. Sie standen seitdem in regelmäßigem freundschaftlichem Briefwechsel und er hat seine künftige Frau wiederholt auf dem Besitztum seiner Schwiegermutter in Garmisch und später in Bayrisch-Gmain besucht. Während des Krieges, für dessen Ausgang er von Anfang an Schlimmes befürchtete, wagte er nicht, die Verantwortung einer Eheschließung auf sich zu nehmen.

Trotz seines schweren Leidens war Eberhard ein froher und gerne fröhlicher, ganz und gar lebensbejahender und weltzugewandter Mensch. Sein unverwüstlicher Humor und seine lebhafte Beredsamkeit machten ihn zu einem guten Gesellschafter. Er hatte, jedenfalls in früheren Jahren, das Bedürfnis, viel unter Leute zu kommen. Wenn er mit seinen Freunden im Wirtshaus beim Glase saß, sprach und erzählte er gerne und mit volltönender Stimme. Dabei konnte er allerdings seine Freunde wohl auch einmal in Verlegenheit bringen, wenn er nicht bemerkte, daß andere zuhörten, und Dinge erzählte, die nicht für aller Ohren bestimmt waren.

---

1) Die in [ ] gesetzten Zahlen beziehen sich auf das am Schluß beigefügte Verzeichnis von Eberhards Veröffentlichungen.

2) Die Angabe in Poggendorffs biogr.-liter. Handwörterbuch V (Leipzig 1926), daß sich Eberhard seit 1904 im Ruhestand befunden habe, ist unrichtig; erst ein Jahr vor seinem Tode (März 1926) ist er in den Ruhestand versetzt worden und er hat auch dann noch weiter gelesen.

Er spielte gerne und gewandt Skat, wobei er die Karten durch feine Nadelstiche in Blindenschrift für sich kenntlich gemacht hatte und seine Mitspieler natürlich die von ihnen ausgespielten Karten ansagen mußten. Sein immer wieder zu rühmendes Gedächtnis kam ihm auch hierbei sehr zu statten.

Überaus liebte er die Musik; er selbst hat gut Klavier gespielt, und zwar besonders gern Beethoven.

In den Ferien brachten ihm ausgedehnte Fußwanderungen, vor allem in den Bergen, Erholung und Vergnügen. Die Schweizer, Tiroler und Bayrischen Berge hat er oft besucht, später stets zusammen mit seiner Frau. Noch im Frühling des Jahres 1927 hatte er sich wieder auf solche Wanderungen gefreut; mitten aus seinen Reiseplänen ist er nach einer kurzen Erkrankung, deren Schwere er selbst kaum ahnte, sanft dahingegangen.

Eberhards Schaffen weist — in höherem Maße, als es auf den ersten Blick scheinen möchte — eine einheitliche Linie auf. Er geht von der synthetischen Geometrie aus, den Anregungen folgend, die er durch die Breslauer Schule empfangen hat [1], [2]; und zwar sind es da von vorneherein höhere algebraische Gebilde, deren Untersuchung ihn beschäftigt.

Ein Flächenbündel 2. Ordnung besitzt acht Grundpunkte, wobei durch sieben dieser Punkte bekanntlich der achte bereits mitbestimmt ist. In der Dissertation [1] wird nun bei festgehaltenen sechs Grundpunkten (eines Flächen-„Gebüsches" 2. Ordnung) die zwischen dem veränderlichen siebenten und achten Punkt bestehende involutorische Verwandtschaft 7. Grades mit synthetischen Methoden untersucht [was sich in mancher Hinsicht mit älteren synthetischen Betrachtungen von C. F. Geiser[3]) und R. Sturm[4]) berührt]. Die in dieser Verwandtschaft sich selbst entsprechenden Punkte bilden eine Kernfläche 4. Ordnung, die auch sonst bereits mehrfach bei anderen Mathematikern aufgetreten war und die hier noch genauer betrachtet wird. Schließlich wird, ausgehend von einer bereits durch Th. Reye bzw. F. August behandelten Beziehung dieser Kernfläche zu zwei involutorisch-kubischen Verwandtschaften, die Zerlegbarkeit der Verwandtschaft 7. Grades in drei kubische Verwandtschaften bewiesen.

In [2] werden die auf ebene Kurven 3. Ordnung sich beziehenden (damals viel untersuchten) Steinerschen Schließungssätze verallgemeinert

3) J. f. Math. 67 (1867), S. 83—89.
4) Math. Ann. 1 (1869), S. 558ff.

und sodann — was das hauptsächliche Ergebnis dieser Arbeit darstellt — auf Raumkurven 4. Ordnung C^4 (sowohl erster wie zweiter Spezies) übertragen. Werden durch n Sekanten $s_\nu(\nu = 1, 2, \ldots, n)$ einer räumlichen C^4 n Ebenen α_ν so gelegt, daß die erste α_1 (beliebig durch s_1 gehend) die C^4 noch in den Punkten P_1 und P_2 schneidet, während stets $\alpha_{\nu+1}$ durch den Schnittpunkt $P_{\nu+1}$ von α_ν mit der C^4 gelegt wird, und fällt außerdem P_{n+1} mit P_1 zusammen, so bezeichnet Eberhard dieses System der s_ν als „Steinersches Sekantensystem", und er untersucht hier eingehend durch synthetische Betrachtungen die Bedingungen für derartige Systeme.

Es war weiterhin Eberhards Absicht[5]), die algebraischen Gebilde in direkter Weise zu erzeugen, mit Hilfe von Punktsystemen und linearen bzw. planaren Netzen, in denen gewisse (singuläre) Inzidenzen stattfinden. Nicht veröffentlichte und wohl auch keineswegs zum Abschluß gelangte Betrachtungen solcher Art sind bereits der Gegenstand seiner Habilitationsschrift „Geometrische Konstruktionen und Definitionen algebraischer Gebilde usw." (1888) gewesen. Um solchen Überlegungen eine Grundlage zu geben, mußten erst jene Punktsysteme und Netze und die zugehörigen Raumteilungen einer eingehenden Untersuchung unterzogen werden, und diese wird zeitweise für ihn Selbstzweck. So entstehen zunächst die Arbeiten [3], [4] über Raumteilungen und insbesondere sein wichtigstes Werk, die „Morphologie der Polyeder" [5]; sodann, indem er sich den ebenen Punktsystemen zuwendet, sein Buch [7] „Die Grundgebilde der ebenen Geometrie".

In [3] und [4] knüpft Eberhard an Steinersche Zerlegungssätze des dreidimensionalen Raumes an. Er betrachtet in [3] die Teilung des p-dimensionalen Raumes durch n $(p-1)$-dimensionale lineare Mannigfaltigkeiten. Wird die Anzahl der hierbei entstehenden Teilbereiche h-ter Dimension mit φ_h bezeichnet, so ist, wie er zeigt, stets

$$\varphi_p - \varphi_{p-1} + \varphi_{p-2} - \cdots + (-1)^p \cdot \varphi_0 = 1.$$

Er untersucht sodann entsprechend die allgemeinere Zerlegung des p-dimensionalen Raumes durch beliebige [nicht-lineare] $(p-1)$-dimensionale Mannigfaltigkeiten.

Eberhard verfolgt dann in [4] genauer die Struktur der Zerlegung des dreidimensionalen Raumes durch n Ebenen. Die hierbei auftretenden einfachen Teilkörper bezeichnet er als „Primärkörper". Die zu

5) Vgl. seine eigenen Äußerungen in der Vorrede zu seinem Buch [7], S. XXX bis XXXI.

einem Primärkörper benachbarten, die eine Fläche oder eine Kante oder eine Ecke mit ihm gemeinsam haben, nennt er „Seitenkörper", „Kantenkörper" bzw. „Scheitelkörper" des ersteren. Eberhard stellt nun die Frage, ob das System der unmittelbaren und mittelbaren Seitenkörper, der Kantenkörper oder der Scheitelkörper eines Primärkörpers die Gesamtheit aller Primärkörper oder nur einen Teil derselben umfaßt. Für die Seitenkörper ist die Antwort trivial. Eberhard zeigt, daß, je nachdem n ungerade oder gerade ist, ein oder zwei (einander ausschließende) Systeme von Kantenkörpern existieren. Ferner bildet die Gesamtheit der Primärkörper bei geradem n ein einziges System von Scheitelkörpern, während sie bei ungeradem n, je nach Erfüllung von genau angegebenen Bedingungen, aus einem oder zwei Systemen von Scheitelkörpern besteht.

Eberhards hervorragendste Leistung ist sein Buch [5] „*Zur Morphologie der Polyeder*" von 1891, über das er übrigens im gleichen Jahr auf der Naturforscherversammlung in Halle durch einen Vortrag [6] berichtet hat. In den Fortschr. d. Math. 23 (S. 544) beginnt A. Schoenflies seine Besprechung dieses Buches mit den rühmenden Worten: „Ein Werk von grundlegender Bedeutung, das die Lehre von den Gestalten der Polyeder ein erhebliches Stück vorwärts bringt; reich an neuen Gedanken, die sowohl in der Stellung, wie in der Behandlung der Probleme zutage treten."

Das Buch untersucht die Formen der sog. *allgemeinen* konvexen Polyeder oder — wie man neuerdings auch sagt — der *Dreikantspolyeder*, d. h. derjenigen konvexen Polyeder, bei denen in jeder Ecke genau drei Kanten zusammenlaufen. Eberhard bezeichnet sie als „*allgemein*", weil eine beliebige, hinreichend kleine, stetige Änderung der Ebenen eines solchen Polyeders den Typus, d. h. Anzahl und gegenseitige Verknüpfung der Flächen, Ecken und Kanten ungeändert läßt; im Gegensatz zu den sog. *singulären* konvexen Polyedern, bei welchen sich in mindestens einer Ecke mehr als drei Flächen schneiden.

Bezeichnet man mit x_ν die Anzahl der ν-kantigen Flächen eines Polyeders, so ergibt sich mit Hilfe der Eulerschen Polyederformel leicht die für Dreikantspolyeder gültige Hauptformel[6])

$$(1) \quad 3x_3 + 2x_4 + x_5 - x_7 - 2x_8 - 3x_9 - \cdots - (\nu - 6)\,x_\nu - \cdots = 12$$

6) Dieselbe Formel in dualer Bedeutung (also für Dreieckspolyeder) findet sich schon bei A. Cayley, Memoirs Liter. and Philos. Soc. Manchester (3) 1 (1862), S. 250, und bei A. F. Möbius, Ges. Werke, 2. Bd. (1886), S. 530 (aus dem Nachlaß); auch in der Theorie der räumlichen Fachwerke tritt diese Formel auf; vgl. eine Bemerkung von M. Grübler bei L. Henneberg, Jahresber. Dtsch. Math.-Ver. 3 (1892—93), S. 598.

oder, indem man sie in zwei Gleichungen zerspaltet,

$$(2)\qquad \begin{cases} 3x_3 + 2x_4 + x_5 - 12 = m \\ x_7 + 2x_8 + 3x_9 + \cdots + (\nu - 6)\,x_\nu + \cdots = m, \end{cases}$$

wobei m eine nicht-negative ganze Zahl ist.

Es müssen demnach mindestens vier Flächen auftreten, die weniger als sechs Kanten enthalten. Daraus schließt Eberhard, daß jedes konvexe n-Flach aus einem konvexen $(n-1)$-Flach entsteht, indem man entweder eine Ecke oder eine Kante oder zwei in einer Ecke zusammenstoßende Kanten mittels einer Ebene abschneidet. Man kann also jedes konvexe Polyeder (dies gilt auch noch für singuläre Polyeder) aus einem Tetraeder durch endlich viele, hintereinander ausgeführte 3-, 4- oder 5-seitige ebene Schnitte gewinnen. Ferner beweist Eberhard, daß sich zwei konvexe Dreikantspolyeder, die isomorph, also von gleichem Typus sind, allemal stetig und unter Erhaltung ihres Typus ineinander überführen lassen. [Ein solcher Stetigkeitssatz gilt nach E. Steinitz[7]) auch für zwei beliebige isomorphe Polyeder.]

Besonders auffällig ist die Tatsache, daß in (1) und (2) die Zahl x_6 überhaupt nicht vorkommt, was auf eine gewisse Unabhängigkeit dieser Zahl von den übrigen x_ν hindeutet. Eberhard faßt alle konvexen Dreikantspolyeder, welche in den Zahlen $x_\nu\,(\nu \neq 6)$ übereinstimmen, zu einem „*Stamm*" zusammen und alle Stämme, die zu der gleichen Zahl m gehören, vereinigt er zu einem „*Bereich*". Natürlich kann ein Bereich nur endlich viele Stämme umfassen. Es gelingt Eberhard zu zeigen, daß zu jeder ganzen Zahl $m \geqq 0$ wirklich ein (nicht leerer) Polyeder-Bereich gehört, und daß darüber hinaus jedem Lösungssystem von (1) in ganzen, nicht-negativen Zahlen $x_\nu\,(\nu \neq 6)$ wirklich ein (nicht leerer) Polyeder-Stamm entspricht. Er untersucht dabei zunächst den zu $m = 0$ gehörigen Bereich B_0 und zeigt, wie man, ausgehend von B_0, mittels geeigneter Fundamentalkonstruktionen Polyeder der anderen Bereiche und Stämme herleiten kann.

Da die Zahl x_6 in diese Einteilung nicht eingeht, so ergibt sich für Eberhard die Möglichkeit einer Einschaltung bzw. Ausschaltung von Sechsecken in die Oberfläche eines Polyeders, oder, wie er sich ausdrückt, einer „Elementarerweiterung" bzw. „Elementarreduktion" des Polyeders; (wobei alle Vielflache, von denen ausgegangen wird und zu denen man durch solche Prozesse gelangt, konvexe Dreikantspolyeder sein sollen). Hierdurch wird der Polyederstamm nicht ge-

---

7) Encykl. d. Math. Wiss. III A B 12, S. 81; vgl. übrigens die in diesem Encykl.-Artikel, Nr. 21—34, skizzierte Untersuchung von E. Steinitz über beliebige (nicht als Dreikantspolyeder vorausgesetzte) Vielfache.

ändert; deshalb wird es in jedem Polyederstamm solche Polyeder geben, die keine Elementarreduktion mehr zulassen; Eberhard nennt sie „*irreduzible* Polyeder" oder „*Stammpolyeder*". Andererseits sind, wie Eberhard zeigt, bei jedem Polyeder Elementarerweiterungen möglich [so daß also aus jedem Stammpolyeder unendlich viele „reduzible" Polyeder des gleichen Stammes abgeleitet werden können[8])]; es gehört sogar jede Kante irgendeines Dreikantspolyeders einem Polygon an, längs dessen eine Elementarerweiterung vorgenommen werden kann. Ausgedehnte und eindringende Untersuchungen über Erweiterungen und Reduktionen der Polyeder und über die aus lauter Sechsecken gebildeten Einschaltungsflächen, die er „Hexagonoide" nennt[9]), führen Eberhard schließlich zu dem besonders wichtigen Resultat, daß jeder Polyederstamm nur endlich viele Stammpolyeder umfaßt.

Im Jahre 1895 erschien ein zweites Buch von Eberhard: „*Die Grundgebilde der ebenen Geometrie*", 1. Band [7].[10]) Da ein geplanter 2. Band nicht nachfolgte, ist dieses Werk leider ein Torso geblieben. Das Buch untersucht die Struktur der aus n Punkten der Ebene bestehenden Punktsysteme $\mathfrak{P}_n \equiv \mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2, \ldots, \mathfrak{p}_n$. Als Charakteristik $c(\mathfrak{p}_i, \mathfrak{p}_k, \mathfrak{p}_l)$ eines Punktetripels wird die Zahl $+1, -1, 0$ bezeichnet, je nachdem, ob das Dreieck $(\mathfrak{p}_i, \mathfrak{p}_k, \mathfrak{p}_l)$ positiv oder negativ umlaufen wird oder die drei Punkte auf einer Geraden liegen. Dreht sich ein Strahl um einen der Punkte $\mathfrak{p}_\nu$ in vorgeschriebenem Sinn, so wird er die übrigen $(n-1)$ Punkte in bestimmter Reihenfolge passieren und die so erhaltene Anordnung dieser $(n-1)$ Punkte bezeichnet Eberhard als das „Ortszeichen" oder den „Index" von $\mathfrak{p}_\nu$. Durch die Angabe aller Charakteristiken ist die Struktur von $\mathfrak{P}_n$ bestimmt. Es wird gezeigt, daß das System der Charakteristiken und das System der n Indizes in umkehrbar eindeutiger Abhängigkeit stehen. $\mathfrak{P}_n$ teilt ferner das ebene Strahlenfeld in ein System sich ausschließender primärer Strahlenbereiche ein. Die Grenzen eines solchen bilden ein „Primär-m-Eck" (wobei $3 \leq m \leq n$ ist); für $m = 3$ bezeichnet er es als „Fundamentaltripel". In jedem Fundamentaltripel ist (falls $n \geqq 4$

8) Diese faßt Eberhard zu einer „Familie" zusammen; gegen Eberhards Versuch einer Zerlegung der Polyederstämme in „Familien" wendet sich die Kritik von E. Steinitz, a. a. O., Fußn. 119.

9) Eberhards Untersuchungen über Hexagonoide sind von A. Schoenflies, Nachr. d. Ges. d. Wiss. Göttingen 1894, S. 316—323 noch vereinfacht worden. Vgl. übrigens auch die Darstellung der Eberhardschen Theorie in M. Brückner, Vielecke und Vielfache, Leipzig 1900, Kapitel D.

10) Wovon ein Teil der Vorrede (die ersten 29 Seiten derselben) separat erschienen ist [8].

ist) ein „Hauptpunkt" ausgezeichnet. Die Bedeutung dieser Fundamentaltripel beruht auf dem Satz, daß ein $\mathfrak{P}_n$ dann und nur dann bei stetiger Bewegung seiner Elemente seinen Charakter ändert, wenn ein Fundamentaltripel eine Inversion erfährt. Diesen Fundamentaltripeln und ihrem Zusammenhang mit dem Indexsystem ist eine sehr eingehende Untersuchung gewidmet, aus der sich ergibt, daß das Indexsystem eines $\mathfrak{P}_n$ durch das System seiner (nach Charakteristiken und Hauptpunkten gegebenen) Fundamentaltripel eindeutig bestimmt ist. — Der Nachweis, daß ein gewissen notwendigen Bedingungen genügendes, sonst beliebig formal gegebenes Indexsystem stets durch ein ebenes Punktsystem $\mathfrak{P}_n$ realisierbar ist, ist auf den 2., nicht mehr erschienenen Band verwiesen worden.

Ein so berufener Beurteiler wie Max Noether schrieb an Eberhard, als Dank für die Zusendung des Buches, in einem Brief vom 3. Februar 1895: „. . . Soweit ich mich bis jetzt durch Lesen der Vorrede und rasches Durchsehen orientiert habe, bin ich durch den Inhalt sehr frappiert. Ist es doch das beste Zeichen eines wahren Talents, in einem scheinbar einfachen und nächst gelegenen Gebiete völlig neue und durchgreifende Anschauungen entwickeln zu können. Sie bewegen sich in dem viel behandelten Gebiete der Lageneigenschaften der Grundgebilde, machen es aber durch die Fülle der Anschauungen und durch die gruppentheoretischen Gesichtspunkte zu einem ganz Neuartigen. Auf die Resultate, die Sie weiterhin ziehen werden, darf man gespannt sein . . ."

Die sonstige Wirkung des Buches entspricht wohl kaum diesen sehr anerkennenden Worten M. Noethers. Dies ist begreiflich wegen des Ausbleibens sowohl des 2. Bandes als auch der von Eberhard als eigentliches, fernes und nicht mehr erreichtes Ziel hingestellten Anwendungen auf die algebraischen Gebilde, für die jene Untersuchungen des Buches nur Vorarbeiten sein sollten.

Was nun noch folgt, einige kleinere Arbeiten über Tetraedergeometrie [10] und über algebraische Fragen [9], [11], erscheint als weniger wichtig.

In der Note [10], an die dann zwei Arbeiten von W. Fr. Meyer[11]) und von J. Neuberg[12]) angeknüpft haben, zeigt Eberhard insbesondere: In zwei kantenvertikalen Tetraedern schneiden sich die aus den vier Ecken des einen auf die zugeordneten Flächen des anderen gefällten vier Lote in einem Punkt.

11) Monatshefte f. Math. u. Phys. 17 (1906), S. 138—157.

12) ibid., S. 212—218.

Die beiden algebraischen Arbeiten [9] (ein Vortrag auf der Hamburger Versammlung von 1901) und [11] führen die Trennung der reellen Wurzeln einer algebraischen Gleichung n-ten Grades $f(x) = 0$ auf die Bestimmung der Aufeinanderfolge der reellen Wurzeln zweier Gleichungen $(n-1)$-ten Grades zurück, nämlich der Gleichungen

$$f'(x) = 0 \quad \text{und} \quad f^*(x) \equiv n \cdot f(x) - x \cdot f'(x) = 0.$$

In seinen letzten Jahren haben Eberhard hauptsächlich zahlentheoretische Untersuchungen beschäftigt, die vielleicht auch an den Fragenkreis der Punktsysteme angeknüpft haben. Näheres hierüber konnte nicht festgestellt werden; seine Überlegungen sind wohl nicht mehr zur vollen Ausreifung gelangt.

Verzeichnis der Veröffentlichungen von Victor Eberhard.

1. Über eine räumlich involutorische Verwandtschaft 7. Grades und ihre Kernfläche 4. Ordnung. Inaugural-Dissertation, Breslau 1885. (64 S.)
2. Die Raumcurven vierter Ordnung erster und zweiter Species in ihrem Zusammenhang mit den Steinerschen Schließungsproblemen bei den ebenen Curven dritter Ordnung. Zeitschr. f. Math. u. Phys. 32 (1887), S. 65—82, 129—144.
3. Ein Satz aus der Topologie. Math. Ann. 36 (1890), S. 121—133.
4. Eine Classification der allgemeinen Ebenensysteme. Journ. f. Math. 106 (1890), S. 89—120.
5. Zur Morphologie der Polyeder. Leipzig 1891. (245 S., 2 Tafeln, gr. 8°.)
6. Grundzüge einer Gestaltenlehre der Polyeder. Jahresber. D. Math.-Ver. 1 (1892), S. 50—53.
7. Die Grundgebilde der ebenen Geometrie. I. (einziger) Band. Leipzig 1895. (XLVII u. 302 S., 5 Tafeln, gr. 8°.)
8. Über die Grundlagen und Ziele der Raumlehre. Separatabdruck aus der Vorrede zu [7] (= die ersten XXIX S. von [7]). Leipzig 1895.
9. Ein Beitrag zur Theorie der Gleichungen. Jahresber. D. Math.-Ver. 11 (1902), S. 169—178.
10. Ein Beitrag zur Tetraederlehre. Monatshefte f. Math. u. Phys. 17 (1906), S. 305 bis 308.
11. Über die Verteilung der reellen Wurzeln dreier rational abhängigen algebraischen Gleichungen. Archiv d. Math. u. Phys. (3) 13 (1908), S. 113—126.

(Eingegangen am 31. 3. 1931.)