Für R

Wissenschaftliche Veröffentlichungen

aus der Fakultät für

Mathematik und Naturwissenschaften

der Technischen Universität Dresden

(N)-Reihe

Nr. 20

II. Internationales Kolloquium über Aktuelle Probleme der Rechentechnik

ALS MANUSKRIPT GEDRUCKT!

Separatdruck aus der Wissenschaftlichen Zeitschrift der Technischen Universität Dresden · 12 (1963) H. 1

Zitat-Kurztitel: Wiss. Z. Techn. Univers. Dresden 12 (1963) H. 1

II. Internationales Kolloquium über aktuelle Fragen der Rechentechnik vom 1. bis 8. Juni 1962

Als Manuskript gedruckt! DK 371.122.2 (100) : 518.5 : 681.14

Das Institut für Maschinelle Rechentechnik der TU Dresden führte vom 1. bis 8. Juni 1962 sein II. Internationales Kolloquium über aktuelle Fragen der Rechentechnik durch. Die Veranstaltung sollte die Forschung und Entwicklung auf dem Gesamtgebiet der maschinellen Rechentechnik fördern und vereinte 120 eingeladene Fachkollegen des In- und Auslandes zu einem regen Gedankenaustausch.

Insgesamt war die Behandlung von fünf Stoffgebieten vorgesehen:

- Entwicklung und Konstruktion digitaler Rechengeräte
- Analogrechner
- Probleme der Programmierung
- Über den Einsatz von Rechenautomaten
- Über die Weiterentwicklung der numerischen Mathematik,

zu denen fast 40 Vorträge und Referate geboten wurden. Zur Erleichterung enger persönlicher Kontakte mußte von Parallelsitzungen abgesehen werden.

Drei Diskussionsnachmittage über

- Kleinstautomaten
- automatisches Programmieren
- Entwicklungstendenzen in der numerischen Mathematik

dienten einem lebhaften Meinungsstreit. Bei der Analyse der aufgeworfenen Fragen erhielt wohl mancher Teilnehmer neue Anregungen und Einsichten.

Einer breiteren Öffentlichkeit wurden die vielfältigen Möglichkeiten und Entwicklungstendenzen der modernen maschinellen Rechentechnik in dem großen Eröffnungsvortrag des Kolloquiums nahegebracht. Der Direktor des Instituts für Praktische Mathematik der TH Darmstadt, Prof. Dr. A. Walther, berichtete im überfüllten Großen Mathematischen Hörsaal vor den Tagungsteilnehmern, 600 Studenten und anderen Interessenten über

Neue Entwicklungen im elektronischen Rechnen.

Das Kolloquium erhielt in diesem Jahr durch eine Feierstunde, mit der die Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften ihres vor 25 Jahren verstorbenen Ordinarius

Prof. Dr. phil. Dr.-Ing. E. h. Erich Trefftz

gedachte, eine besondere Einleitung.

Mit einem Festvortrag brachte Prof. Dr. C. B. Biezeno aus Delft die hervorragende Persönlichkeit Erich Trefftz in lebendige Erinnerung. Aufrecht und uneigennützig, zum Schutze anderer die eigene Sicherheit nicht achtend, war Trefftz ein verdienstvoller und doch bescheidener Diener seiner Wissenschaft, ein wahrhafter Humanist [1].

Erich Trefftz, 21. 2. 1888 bis 21. 1. 1937

Sein wissenschaftliches Werk umfaßt die Angewandte Mathematik und die Mechanik. Es wurde in zwei Vorträgen von den Professoren Dr. N. J. Lehmann aus Dresden und Dr. K. Marguerre aus Darmstadt gewürdigt. Auf mathematischem Gebiet erweist sich Trefftz als einer der Vorkämpfer für Strenge bei numerischen Verfahren. Dafür nahm er auch große Zahlenrechnungen in Kauf. Es charakterisiert seinen Weitblick, daß er schon um 1930 nach Bekanntwerden des ersten Differentialanalysators von Vannevar Bush auch in Deutschland für die Entwicklung mathematischer Maschinen eintrat. Aus diesem Grunde und weil bis heute noch nicht alle Gedanken aus Trefftz' Arbeiten voll ausgeschöpft sind, scheint es gerechtfertigt, den im folgenden gedruckt vorliegenden Vorträgen des Dresdner Kolloquiums über aktuelle Probleme der Rechentechnik die Würdigung seines mathematischen Werkes voranzustellen [2].

Das beigefügte Bild zeigt eine Büste, die von der Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften zur bleibenden Erinnerung an diesen großen Humanisten und Wissenschaftler im Willers-Bau der Technischen Universität Dresden aufgestellt wurde.

[1] Biezeno, C. B.: Erinnerungen an Erich Trefftz. ZAMM 42. (1962) S. 369—372.

[2] Eine Würdigung des Gesamtwerkes bei Grammel, R.: Das wissenschaftliche Werk von Erich Trefftz. ZAMM 18 (1938) S. 1—10.

Die mathematischen Arbeiten von Erich Trefftz[1])

Von N. Joachim Lehmann, Dresden

Als Manuskript gedruckt! DK 51.001.816:012 (Trefftz)
Eingang: 3. 11. 1962

Wenn wir hier in Dresden des vor 25 Jahren viel zu früh verstorbenen Mathematikers Erich Trefftz gedenken, so dürfen wir über seinen vielen wissenschaftlichen Leistungen nicht vergessen, daß er 15 Jahre als Professor für Technische Mechanik an unserer Hochschule und in unserer Fakultät gelehrt und gewirkt hat. Obwohl heute keiner seiner vielen Schüler an unseren mathematischen Lehrstühlen zu finden ist, werden gerade hier alle schon von ihm bearbeiteten Gebiete der numerischen Mathematik – und wohl auch ganz in seinem Geiste – besonders gepflegt.

Das ist kein Zufall und auch nicht nur durch die allgemeine Bedeutung der von ihm behandelten Probleme bedingt, sondern hier in Dresden wurde sein mathematisches Erbe zunächst durch Friedrich Adolf Willers gepflegt und weitergegeben. Als dieser 1934 durch heftige Gegensätze mit der Studentenschaft in Freiberg und den herrschenden Nazis gezwungen war, um seine Emeritierung einzukommen, da erwies sich Erich Trefftz als zuverlässiger und helfender Freund. Er bewahrte Willers vor einer wissenschaftlichen Isolierung, indem er ihn zur Mitarbeit an der Herausgabe der Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik heranzog und für einen regen wissenschaftlichen Gedankenaustausch besonders im ständigen Kolloquium des mathematischen Seminars der TH Dresden Sorge trug.

Nach einer mit Trefftz gemeinsam verfaßten Arbeit beschäftigt sich Willers in der Folge hauptsächlich mit mathematischen Untersuchungen, die bezeichnenderweise zu Problemen aus dem gleichen Gedankenkreis gehören. Den Anstrengungen und Vorarbeiten von Trefftz war es schließlich auch zu danken, daß Willers ab 1939 vertretungsweise und 1944 endgültig wieder in ein Hochschullehramt zurückkehren konnte.

Schon dieses eine Beispiel läßt Trefftz als hervorragenden Menschen erkennen, der nach Kräften den Wahnideen des Faschismus entgegenwirkte.

Unter diesen Umständen ist es verständlich, daß auch nach seinem Ableben alle jungen und angehenden Mathematiker in Dresden frühzeitig mit seinen Arbeiten bekannt wurden – und sich dann deren Klarheit und Strenge zum Vorbild wählten. Diese Zusammenhänge werden deutlich sichtbar, wenn man die Arbeiten von Trefftz auf dem Gebiet der angewandten Mathematik und ihre spätere Weiterführung genauer verfolgt.

Wenn wir uns jetzt diesem mathematischen Werk zuwenden wollen, so ergibt sich die Schwierigkeit, daß es von seinen anderen Arbeiten, insbesondere auf dem Gebiet der Mechanik, eigentlich gar nicht zu trennen ist. Überall erweist sich, wie Grammel [1] in einem Nachruf fes
gestellt hat: „Seine mathematischen Untersuchunge
sind alle entweder von praktischen Problemen angere
oder auf technische Anwendungen ausgerichtet. Ei
schönes Problem der Mathematik ohne solche Zielsetzur
konnte ihn wohl erfreuen, aber nie zur Bearbeitung reizer
und auch in der Mathematik ließ er, ebenso wie in alle
seinen anderen Abhandlungen, nur explizit ausführba
Lösungen gelten. Man fühlt überall, wie ihm stets d
zahlenmäßige Auswertbarkeit vorschwebt, und darun
wirken auch seine rein mathematischen Gedankengän
nirgends abstrakt.“

Bei dieser Einstellung ist es nur verständlich, daß Trefft
numerische Methoden oft am Beispiel praktischer Pr
bleme einführt und erläutert und die Darstellung a
einen charakteristischen Sonderfall beschränkt bleibt, d
dann in aller Strenge durchgeführt wird. Häufig en
scheidet nur das Interesse des Lesers, ob er eine Arbe
etwa der numerischen Mathematik oder der Mechani
zuzählen will. Für beides wird Wesentliches geboten. A
diesen Gründen darf wohl auch ich einige Abhandlunge
als wichtige Beiträge der Mathematik einordnen, die z.
von Grammel zu den Arbeiten auf dem Gebiet d
Schwingungs- und Elastizitätslehre gezählt werden.

Wenn wir jetzt nach 30 bis 40 Jahren diese Arbeit
richtig würdigen wollen, so müssen wir zum V
gleich den damaligen Stand der angewandten Mathema
heranziehen. Die Arbeiten so hervorragender Wiss
schaftler wie Erich Trefftz und die nach 1945 a
kommenden Rechenautomaten haben inzwischen
einem ungeheuren Aufschwung der numerischen Mat
matik geführt. Um so bezeichnender ist es wohl, wenn n
die Abhandlungen von Trefftz auch heute als noch ni
veraltet empfindet. (Das ist nur zu einem Teil auf
Darstellung an Hand konkreter Beispiele zurückzufüh
die von den neuen funktionalanalytischen Bezeichnun
unbeeinflußt bleiben.) Blättert man aber im 1924
schienenen Buch über numerisches Rechnen von Ru
und König oder auch in Willers' Praktischer Ana
von 1928, der besten Übersicht über die damalige nu
rische Mathematik, so findet man, daß die meisten
geteilten Näherungsverfahren nicht befriedigend
gründet werden und Fehlerschranken fast völlig f
oder durch ungefähre Betrachtungen ersetzt sind.

Von seiner Dissertation [2] über „Ausfluß von Fli
keitsstrahlen“ abgesehen, hat Trefftz alle von ihr
nutzten numerischen Verfahren sorgfältig begründe

[1]) Vortrag, gehalten zur Trefftz-Gedenkfeier der Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften, mit der das II. Internationalen Kolloquium über „Aktuelle Probleme der Rechentechnik“ im Institut für Maschinelle Rechentechnik der TU Dresden im Juni 1962 eingeleitet wurde.

[1] Grammel, R.: Das wissenschaftliche Werk von Erich Tr
ZAMM 18 (1938) S. 1—11. — In dieser Würdigung finc
auch ein Gesamtverzeichnis der Arbeiten von Trefft:
werden nur einige der wichtigsten Publikationen m
wiegend mathematischem Charakter zitiert.
[2] Trefftz, E.: Über die Kontraktion kreisförmiger Flüss
strahlen. Diss. Straßburg 1913 (Leipzig 1914), auch Z
Phys. 64 (1916) S. 34—61.

Konvergenz nachgewiesen, oft Fehlerschranken bereitgestellt und so zusammen mit anderen Fachkollegen zur Bildung der heutigen Auffassung der numerischen Mathematik beigetragen.

Über 30 Prozent seiner Arbeiten aus der Mechanik und der Mathematik befassen sich mit Aufgaben aus dem Bereich der ein- und mehrdimensionalen natürlichen Rand- und Eigenwertprobleme – wie man heute sagen würde.

Das sind lineare Probleme, die aus gewissen quadratischen Variationsproblemen stammen und auf Eulersche Gleichungen vom Typ $M(y) = \lambda N(y) + f$ und entsprechende Randbedingungen führen (M, N sind selbstadjungierte Differentialoperatoren).

Auch im eindimensionalen Fall war dieses Problem damals nur für die spezielle Problemklasse mit $N(y) = Sy$ durch die Integralgleichungstheorie einigermaßen vollständig behandelt. Die Ergebnisse konnten Trefftz, der überall bestrebt war, dem Problem innewohnende natürliche Eigenschaften z. B. durch Substanzkoordinaten, Einführung von Bogenlängen als Parameter und angepaßte Ansätze möglichst auszunutzen, wenig befriedigen. Beispielsweise war der zugehörige Entwicklungssatz bei der schwingenden Saite nur für zweimal differenzierbare Funktionen, beim Stab sogar nur mit viermal differenzierbaren Funktionen gesichert, obwohl physikalisch und auch vom Standpunkt der Variationsrechnung bzw. nur die erste und zweite Ableitung von Bedeutung sein sollten. In einer Arbeit über Schwingungsprobleme und Integralgleichungen [3] wird diese störende Voraussetzung beseitigt. Die angewandte Methode ist besonders darum interessant, da sie bereits wesentliche Elemente einer erst 30 Jahre später entwickelten allgemeinen Theorie erkennen läßt. Trefftz sucht z. B. für die Integralgleichung der schwingenden Saite: $y(x) = \nu^2 \int E(x, s)\, \mu(s)\, y(s)\, \mathrm{d}s$ nach einer Zerlegung des Kernes

$$E(x, s) = \int G(x, \xi)\, G(s, \xi)\, \mathrm{d}\xi$$

und findet sie in der Form

$$= \int \frac{\partial E(x, \xi)}{\partial \xi} \frac{\partial E(s, \xi)}{\partial \xi}\, \partial \xi .$$

Unter Ausnutzung der Schmidtschen Theorie der Integralgleichungen mit unsymmetrischem Kern stellt er damit unter Berufung auf eine Beziehung

$$y(x) = \int \frac{\partial E(x, \xi)}{\partial \xi}\, y'(\xi)\, \mathrm{d}\xi$$

fest, daß alle Funktionen mit quadratisch integrierbarer Ableitung, sofern sie die geometrischen Randbedingungen erfüllen, nach Eigenfunktionen entwickelt werden können. Mit $(u, v) = \int u' v' \,\mathrm{d}s$ als Skalarprodukt bekommen diese Gleichungen die moderne Form

$$y = (E(x, s), y(s)), \quad E(x, s) = (E(x, \xi), E(\xi, s))$$

und enthalten die Reproducing-Eigenschaften der Kerne natürlicher Eigenwertprobleme, die sich schließlich als wirksamstes Hilfsmittel zur einfachen, aber vollständigen Beherrschung des ganzen Problemkreises erwiesen haben.

In einer Arbeit über die Knickung eines Stabes wird diese Theorie noch auf den Fall des Operators $N(y) = (\alpha y^{(n)})^{(n)}$ erweitert. Trotz zahlreicher Anstrengungen und Fortschritte hat es 30 Jahre gedauert, bevor dieser Aufgabenkomplex – wieder in Dresden – in der hiermit angedeuteten natürlichen Form zum Abschluß gebracht werden konnte [4].

Im Anschluß an diese grundlegenden Untersuchungen über Rand- und Eigenwertprobleme hat sich Trefftz viel und eingehend mit praktischen Verfahren zur Berechnung von zugehörigen Näherungslösungen auseinandergesetzt. In diesem Zusammenhang sind seine Arbeiten über die Konvergenz der Ritzschen Näherungsfolgen und Fehlerabschätzungen dazu, seine Abhandlungen über ein Gegenstück zum Ritzschen Verfahren und zur Bestimmung unterer Eigenwertschranken zu nennen.

Während die Frage der Konvergenz Ritzscher Ansätze $q_0 + \sum_{\nu=1}^{n} c_\nu q_\nu = y_n$ zur Lösung des inhomogenen Randwertproblems $L(y) = r$ im Eindimensionalen relativ einfach zu beantworten ist, ergeben sich beim Vorliegen mehrdimensionaler Aufgaben Schwierigkeiten. Trefftz löst das Problem, indem er die Funktionswerte y_n als Minimalwerte zugehöriger Nachbar-Variationsausdrücke darstellt, deren Verhalten leicht übersehbar ist. Er kann damit die Konvergenz für Probleme sicherstellen, deren Greensche Funktion im singulären Punkt endlich bleibt und sonst die übliche Stetigkeit besitzt. Ich kann nur noch erwähnen, daß er für den singulären Ausnahmefall zu Überlegungen kommt, die erst heute im Hinblick auf Distributionen ganz durchsichtig werden [5].

Im soeben betrachteten Beweis und auch sonst oft bei der Behandlung von Rand- und Eigenwertaufgaben sind Minimalwerte gewisser Variationsprobleme zu bestimmen. Das Ritzsche oder Galerkinsche Näherungsverfahren liefert dazu zunächst nur obere Schranken. Trefftz stellt nun – etwa gleichzeitig mit Weinstein – neben das Minimalproblem eine Maximaldarstellung für die gleichen Extremwerte, deren Näherungslösungen die fehlenden unteren Schranken liefern. Er erreicht dies, indem er vorgelegte Minimalprobleme z. B. unter gemilderten Randbedingungen löst und die Randbedingungen dann schrittweise auf den alten Wert verschärft. Da bei Beseitigung von Zwangsbedingungen der Minimalwert nur absinken kann, sind damit die gewünschten unteren Schranken für die Extremwerte gefunden [6].

Praktisch durchführbar wird dieser Gedanke, wenn ein vollständiges Lösungssystem der zugrunde liegenden Differentialgleichungen bekannt ist, das lediglich die Randbedingungen nicht erfüllt. Das Verfahren läuft dann auf eine einfache schrittweise Einarbeitung der Randbedingungen in einem Reihenansatz mit Partikulärlösungen hinaus.

Die Brauchbarkeit der Methode wird bei der Berechnung von Torsionssteifigkeiten und in einem Sonderfall bei der Berechnung von Eigenwerten vorgeführt. Erst 25 Jahre später zeigt Aronszajn auch die grundsätzliche

[3] Trefftz, E.: Schwingungsprobleme und Integralgleichungen. Math. Ann. **87** (1922) S. 307—314.
Trefftz, E.: Allgemeine Theorie der Knickung des geraden Stabes. ZAMM **3** (1923) S. 272—275.

[4] Lehmann, N. J.: Integraldarstellung für selbstadjungierte Randwertaufgaben. Math. Nachr. **14** (1955) S. 129—156.
[5] Trefftz, E.: Konvergenz und Fehlerabschätzung beim Ritzschen Verfahren. Math. Ann. **100** (1928) S. 503—521.
[6] Trefftz, E.: Ein Gegenstück zum Ritzschen Verfahren. Verh. d. 2. Intern. Kongr. f. Techn. Mech., Zürich 1926.

theoretische Bedeutung dieser Gedanken für Operatoren in Hilbert-Räumen [7].

Da besonders bei Eigenwertberechnungen das genannte Verfahren nur ausnahmsweise rechnerisch durchgeführt werden kann, fehlen dort wiederum untere Schranken. Trefftz mußte nach anderen Möglichkeiten der Eigenwerteingrenzungen suchen. Als Ergebnis erhielt er Vorläufer der heute bekannten optimalen Eigenwertschranken, die in ihren Grundzügen zuerst von Temple gefunden wurden [8].

Ein anderer Versuch nutzt die bekannte Eigenwertbeziehung $\iint K^2(x,s)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}s = \sum \frac{1}{\lambda_\nu^2}$ bei Integralgleichungen aus.

Zusammen mit oberen Schranken L_ν, wie sie etwa das Ritzsche Verfahren liefert, ergeben sich für $|\lambda_i|$ untere Schranken aus $\frac{1}{\lambda_i^2} \leq \iint K^2(x,s)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}s - \sum \frac{1}{L_i^2}$.

Da besonders bei mehrdimensionalen Aufgaben die Ermittlung des Kernes problematisch bleibt, wurde ein Zusammenhang mit dem Ritzschen Verfahren aufgedeckt, der den Wert des Doppelintegrals oft „nebenher" liefern kann: genügen die verwendeten Koordinatenfunktionen φ_i einer Orthogonalitätsrelation $\int L(\varphi_i)\,\varphi_k\,\mathrm{d}w = \delta_{ik}a_{ii}$, so bekommt die Ritzsche Determinante zur Schrankenbestimmung für λ_i^2 die einfache Gestalt $\left|p_{ik} - \delta_{ik}\frac{1}{L_i^2}\right| = 0$, aus der sich $\sum \frac{1}{\lambda_i^2}$ als Grenzwert $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{i=1}^{n} p_{ii}$ ergibt [9].

Im Falle der Schubknickung einer Platte wurden auf diesem Wege von Trefftz zusammen mit Willers erstmals Schranken für die kritische Schubspannung hergeleitet. Trotz einer unendlich mühseligen Rechnung – die Ermittlung von $\sum p_{ii}$ erforderte die Berechnung einer Vierfachsumme, und das ohne Rechenautomaten – wurde nur eine Genauigkeit von 17 % erreicht. Bedenkt man, daß Trefftz außerordentlich kritische Maßstäbe an seine eigenen Veröffentlichungen anlegte, so zeigt gerade dieses Beispiel, welche Bedeutung er der Ermittlung von Schranken für Näherungswerte beimaß. Er hat bewußt der heutigen Auffassung den Weg bereitet, nach der für die Berechnung von Fehlerschranken der gleiche Aufwand wie für die eigentliche Näherungslösung in Kauf genommen werden kann und oft genug in Kauf genommen werden muß.

(Im Hinblick auf den Sklaven „Rechenautomat" ist das heute sehr viel leichter gesagt und getan!)

In einer weiteren Arbeit entwickelt Trefftz ein Verfahren, mit dem die bekannten Lösungen elliptischer Differentialgleichungen, etwa für ein Kreisgebiet R_1, zur Lösung des entsprechenden Problems bei kreisähnlichem Bereich R_2 ausgenutzt werden können. Der Grundgedanke dafür ist sehr einfach:

Auf Strahlen von einem Zentrum im Innern beider Gebiete werden die auf R_2 vorgeschriebenen Randwerte $r(s)$ nach R_1 verschoben und das Problem für diese Ran werte durch die Funktion y_1 gelöst. Auf dem Rand ergibt sich ein „Randfehler" $f_1(s) = r(s) - y_1(s)$, für d das Verfahren wiederholt wird:

y_2 ergibt auf R_2 den neuen Defekt $f_2(s) = f_1(s) - y_2 = r(s) - (y_1 + y_2)$ usf.

Im allgemeinen resultiert eine Abnahme der Fehlerfolg $f_i(s) \to 0$ und daraus durch Addition $y_1 + y_2 + \cdots$ die g suchte Lösung [10].

Dieses einfache Verfahren braucht aber nicht immer konvergieren – Trefftz untersuchte daher den A wendungsbereich und gibt schließlich ein Verfahren a das den genannten Nachteil vermeidet. Praktisch wi dazu noch ein Iterationsschritt zwischengeschoben. Sta der Randwerte $r(s)$, $f_i(s)$, ... werden die mit der No malableitung $N(s;\xi)$ der zum Kreis R_1 gehörig Greenschen Funktion des Problems gebildeten Zwische werte

$$\tilde{r}(s) = \int_{R_2} N(s;\xi)\,r(\xi)\,\mathrm{d}\xi,\quad \tilde{f}_i(s) = \int_{R_2} N(s;\xi)\,f_i(\xi)\,\mathrm{d}\xi$$

auf den Kreisrand herübergeschoben und dann an Ste von bisher $r(s)$ und $f_i(s)$ weitergenutzt. Bis heute werd die in diesem Ansatz steckenden Möglichkeiten sicher no nicht voll ausgeschöpft.

Auf weitere Abhandlungen, z. B. über Verbesserungen a Picardschen Integrationsverfahren für Differenti gleichungen und Differentialgleichungssysteme durch Ei führung natürlicher Koordinaten [11] sowie auf Unte suchungen über nichtlineare Schwingungsprobleme [will ich nicht eingehen. Schon der bisherige Einblick in d mathematischen Arbeiten zeigt wohl alles Wesentliche:

Trefftz ist einer der Wegbereiter der modernen A fassung für die numerische Mathematik. Sein Ide reichtum und seine souveräne Beherrschung der v schiedensten mathematischen Methoden haben angewandten Mathematik starke Impulse gegeben – heute sind noch nicht alle Anregungen verwertet. S Blick für das Wesentliche wurde kürzlich auch in ei Bemerkung durch Prof. Walther, Darmstadt, herv gehoben: Schon 1934 erkannte Trefftz als einer der g wenigen die Notwendigkeit zur Entwicklung maschine Hilfsmittel für die Mathematik und bestärkte alle Pion dieses Gebietes in ihrem Vorhaben. Darüber hinaus er ein begeisternder Lehrer, alle seine Arbeiten vorbildlich klar und mit der Leichtigkeit und Du sichtigkeit geschrieben, die nur bei höchster Meistersc möglich ist.

So wird uns Erich Trefftz als Wissenschaftler und eb als Mensch für immer ein leuchtendes Vorbild sein. frühes Hinscheiden war nicht nur für seine Freunde Lieben schmerzlich, es war ein großer Verlust fü Wissenschaft.

Vortragender:

Prof. Dr.-Ing. habil. N. Joachim Lehmann,
Direktor des Instituts für Maschinelle Rechentechnik

[7] Aronszajn, N.: Approximation methods for eigenvalues of completely continous symmetric operators, Proc. Symposium of Spectral Theory and Differentialproblems. Stillwater, Oklahoma 1951.

[8] Trefftz, E.: Über Fehlerabschätzung bei Berechnung von Eigenwerten. Math. Ann. **108** (1933) S. 595—604.

[9] Trefftz, E. und Willers, Fr. A.: Die Bestimmung der Schubbeanspruchung beim Ausbeulen rechteckiger Platten. ZAMM **16** (1936) S. 336—344.

[10] Trefftz, E.: Eine neue Methode zur Lösung der Ran aufgabe partieller Differentialgleichungen. Math. Ar (1919) S. 246—264.

[11] Trefftz, E.: Über die Konvergenz des Picardsche fahrens der sukzessiven Approximation bei gewöh Differentialgleichungen. Math. Ann. **76** (1915) S. 327—

[12] Trefftz, E.: Zu den Grundlagen der Schwingungst Math. Ann. **95** (1926) S. 307—312.