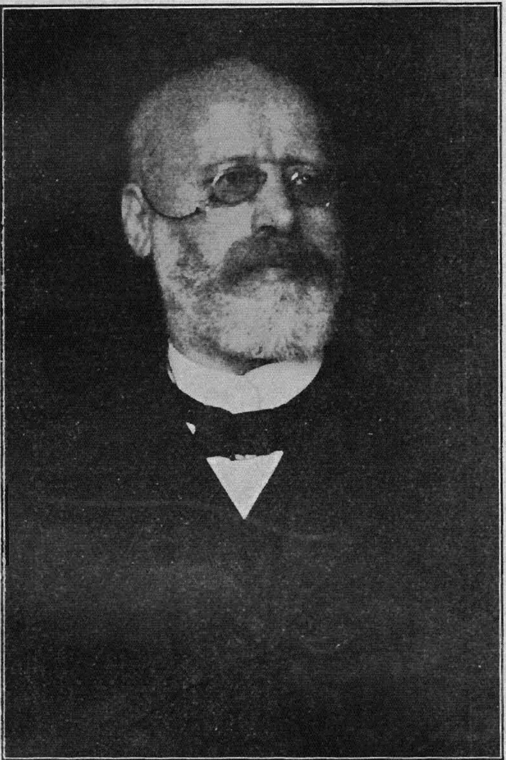
Karl Rohn.

Von Friedrich Schur in Breslau.



Karl Rohn.

Karl Rohn, der von Anfang an unserer Vereinigung angehört hat und 1913 ihr Vorsitzender war, ist am 28. Januar 1855 zu Schwanheim bei Bensheim (Hessen-Darmstadt) geboren. Schon im Jahre 1872 begann er das technische Studium am Darmstädter Polytechnikum, wurde aber sehr bald besonders durch Brill ganz für die Mathematik gewonnen. Diese Studien setzte er in Leipzig und München fort, wo er 1878 auf Grund der in unserem am Schlusse abgedruckten Schriftenverzeichnisse unter 1 genannten Dissertation zum Doktor promoviert wurde; sie ist auf Anregung von F. Klein entstanden. Denselben Gegenstand behandelt auch Rohns Habilitationsschrift (2), mit der er sich 1879 an der Leipziger Universität habilitierte. Hier erhielt er 1884 den Titel eines außerordentlichen Professors, ging in demselben Jahre als Vertreter des erkrankten Axel Harnack an die Technische Hochschule zu Dresden und übernahm 1885 als außerordentlicher Professor die Stelle von Voß, um endlich 1887 in die ordentliche Professur der darstellenden Geometrie, die bis dahin von Burmester bekleidet war, aufzurücken. Im Jahre 1904 wurde er als Vertreter der Geometrie nach Leipzig berufen, wo er am 4. August 1920 noch in voller Tätigkeit starb.

Wenn wir über R.s wissenschaftliche Schriften berichten wollen, so können wir sie in fünf Gruppen einteilen. Die erste Gruppe betrifft den Zusammenhang der Kummerschen Fläche 4. Ordnung mit 16 Knotenpunkten mit den hyperelliptischen Funktionen, die zweite gestaltliche Untersuchungen hauptsächlich über Flächen 4. Ordnung, die dritte umfaßt kleinere geometrische Schriften vermischten Inhalts, die vierte behandelt Punktgruppen auf algebraischen Raumkurven, und die fünfte enthält R.s Lehrbücher, ihnen sind noch Modelle und ein Ellipsenzirkel hinzuzufügen. Wir wollen nun versuchen, ein allgemeines Bild von jeder dieser Gruppen zu geben, ohne den Leser durch die Berichterstattung über jede einzelne der zahlreichen R.schen Abhandlungen zu ermüden.

Nach dem übereinstimmenden Urteile von Kennern müssen wir die beiden Schriften der *ersten Gruppe* (1 und 2) als die hervorragendsten von R. bezeichnen. Es ist hierdurch ein damals im Vordergrunde des Interesses stehendes Problem zu einem gewissen Abschlusse gebracht worden. Nachdem F. Klein schon 1872 (Ann. Bd. 5) bei Bestimmung von Integralflächen des allgemeinen Strahlenkomplexes 2. Grades auf die Möglichkeit der Verknüpfung der Kummerschen Fläche mit den hyperelliptischen Integralen des Falles $p = 2$ hingewiesen hatte, haben 1877 (Crelle Bd. 83) gleichzeitig Cayley und Borchardt und sodann H. Weber (Bd. 84) Parameterdarstellungen der Koordinaten eines Punktes der Kummerschen Fläche durch Thetafunktionen von 2 Veränderlichen angegeben. Aber die Übereinstimmung dieser Darstellungen miteinander und ihr Zusammenhang war nicht unmittelbar zu sehen, und dies hat R. in seinen Abhandlungen so gut erledigt, daß später Wesentliches nicht hinzuzufügen war. Die beiden Hauptmomente, nämlich die auf drei wesentlich verschiedene Arten mögliche Wahl des Koordinatentetraeders und entsprechend die dreifache Wahl der Thetafunktionen hat R. richtig erkannt. Dabei ist es bezeichnend für die Arbeitsweise R.s, daß er dies durch sehr scharfsinnige geometrische Betrachtungen erreicht, die erst nach Ausbildung der Charakteristikentheorie in ihren natürlichen funktionentheoretischen Zusammenhang gestellt wurden. Gerade die geometrische Deutung gewisser einfacher Gleichungen zwischen den Thetafunktionen war es, die R. leitete, und hier hat er alle interessanten Fälle richtig erkannt und behandelt.

An diese Schriften schließt sich die erste (3) der *zweiten Gruppe* an, welche die gestaltlichen Verhältnisse der Kummerschen Fläche behandelt. Diese wird hier als die Singularitätenfläche eines Strahlenkomplexes 2. Grades betrachtet, wie es vorher F. Klein getan, und wonach R. in München Modelle hergestellt hatte (67). Im Gegensatze zu Weiler, der in Ann. Bd. 5 die Gestalten aller Arten von Kummerschen Flächen aufzählt, auch der speziellen, beschränkt sich R. auf die Untersuchung der Realitätsverhältnisse der allgemeinen Kummerschen Fläche und im Anschlusse daran der Linienflächen 4. Ordnung mit zwei Doppelgeraden. Es werden elliptische Linienkoordinaten benutzt, und ihre Beziehung zu reellen Linienkoordinaten liefert 4 verschiedene Typen von Gestalten der Kummerschen Fläche, die nun genauer untersucht werden. Im zweiten topologischen Teile wird von den Grenzfällen der Kummerschen Fläche ausgegangen, in denen sie in eine doppelt zu zählende Fläche 2. Grades ausartet, wobei die 16 Knotenpunkte in die 16 Schnittpunkte von zweimal 4 Geraden der Fläche 2. Grades übergehen. Zuletzt werden die analytischen Gleichungen dieser verschiedenen Flächen bezogen auf ein Fundamentaltetraeder abgeleitet, die sich aber zur gestaltlichen Diskussion nicht eignen, und es wird die Entstehung aller dieser Gleichungen aus einer derselben durch lineare Transformationen gezeigt.

Weitere gestaltliche Untersuchungen R.s knüpfen sich an die sehr umfangreiche Arbeit (9) (100 S.) über Flächen 4. Ordnung mit dreifachem Punkte. Hier werden zuerst die 12 Hauptgeraden der Fläche und ihre Gruppierung sowie das Auftreten von Geraden, die nicht durch den dreifachen Punkt laufen, untersucht. Weiter wird nach dem Auftreten weiterer Knotenpunkte der Fläche gefragt, und im besonderen das sogenannte Monoid mit 6 Knotenpunkten behandelt. Es ist ein besonderer Fall des sogenannten Symmetroids von Cayley, wenn nämlich eine der Flächen 2. Grades, die das das Symmetroid definierende Gebüsch bestimmen, in eine Doppelebene übergeht. Bei den gestaltlichen Untersuchungen werden nach F. Klein stetige algebraische Änderungen zugrunde gelegt. Die Monoide mit denselben Hauptgeraden zerfallen in zwei Gruppen, die Spiegelbilder voneinander sind. Bei der gestaltlichen Untersuchung der Monoide kommt es also lediglich auf die Lage der 12 Hauptgeraden an, und zur Bestimmung dieser werden die elliptischen Funktionen benutzt, durch die sich der die Geraden enthaltende Kegel 3. Ordnung darstellen läßt. Auch hier zeigt sich die charakteristische Eigenschaft R.s, bei aller Anschaulichkeit seiner Betrachtungen doch immer alle möglichen analytischen Hilfsmittel heranzuziehen. Auf alle die sich hierbei ergebenden Einzelheiten können wir unmöglich eingehen. Auch die Steinersche Fläche ergibt sich als ein besonderer Fall. Man muß hier die Fähigkeit R.s anerkennen, alle diese verschiedenen Formen zu überblicken und wohl selbst zu schauen, vermißt aber eine größere mathematische Idee und eine gewiße Strenge der Beweisführung.

Dies gilt in noch höherem Grade von der großen Preisarbeit der Jablonowskischen Stiftung (11 und 12): Die Flächen 4. Ordnung hinsichtlich ihrer Knotenpunkte und ihrer Gestaltung. R. knüpft hier an Cayleys memoir on quartics an, stellt zunächst die Flächen 4. Ordnung mit 8 bis 16 Knotenpunkten auf, wobei schon die 8 Punkte nicht mehr unabhängig voneinander sein dürfen. Hierbei wird auch die große Kummersche Abhandlung über die Strahlensysteme 2. Ordnung benutzt. Auch hier wird von Grenzflächen ausgegangen, und die Gestalten der Flächen 4. Ordnung mit einem Knotenpunkte werden auf diejenigen einer ebenen Kurve 6. Ordnung zurückgeführt. Eine wirkliche Aufzählung aller möglichen Gestalten von Flächen 4. Ordnung, die wohl auch langweilen würde, darf man hier freilich nicht erwarten, wenn auch sehr interessante gestaltliche Untersuchungen vorliegen. Das Fehlen von wirklichen Beweisen gestaltlicher Sätze ist hier besonders auffallend und erklärt sich wohl daraus, daß R. alles räumlich vor sich sah und so unbewußt Beweise für überflüssig hielt. Von gestaltlichen Untersuchungen möchte ich noch die Schrift (13) über die verschiedenen Arten der Regelflächen 4. Ordnung erwähnen, die zu der Modellserie 70 gehört, sowie den Beweis des Satzes über die Maximalzahl und Anordnung der Ovale bei der ebenen Kurve 6. Ordnung und bei der Fläche 4. Ordnung (46, 47, 53) hervorheben, zu dem Hilbert in seiner bekannten Rede auf dem internationalen Mathematikerkongresse zu Paris (1900) aufgefordert hatte. Daß nämlich ebene Kurven 6. Ordnung mit 11 sich gegenseitig ausschließenden Ovalen nicht existieren, und ähnliche Sätze werden durch sehr scharfsinnige Stetigkeitsübergänge bewiesen. Entsprechende Fragen für Flächen 4. Ordnung werden dadurch auf die obigen zurückgeführt, daß die Fläche zuerst durch einen sogenannten Schrumpfungsprozeß in eine solche mit einem isolierten Knotenpunkte verwandelt und dann von diesem durch einen Tangentialkegel 6. Ordnung projiziert wird, ein Gedanke, der schon in der Preisarbeit benutzt wurde.

Wenn wir jetzt zu den Schriften der *dritten Gruppe* übergehen, zu den kleineren Schriften vermischten Inhalts, so müssen wir zuerst auf die Nummern 3, 4, 5, 6, 7, 16, 17, 18 unseres Verzeichnisses hinweisen, die um dieselbe Zeit entstanden sind wie die gestaltlichen Untersuchungen und mit diesen mannigfache Berührungspunkte besitzen; auf Einzelheiten wollen wir hier nicht eingehen. Hervorzuheben wäre etwa die lineare Konstruktion einer ebenen Kurve 5. Ordnung mit 6 Doppelpunkten aus diesen (10); die Linearität besteht darin, daß der neunte Schnittpunkt zweier Kurven 3. Ordnung durch 8 gegebene Punkte mit dem Lineal allein konstruiert werden kann. Besonders eingehen

aber müssen wir auf den neuen Gedanken, den R. in eine auf Steiner und Chasles zurückgehende Konstruktion einer Fläche 2. Grades durch 9 gegebene Punkte eingeführt und diese hierdurch erst wirklich brauchbar gemacht hat. Nach jener alten Idee werden nämlich die 9 Punkte in drei Tripel eingeteilt, von denen jedes eine Ebene bestimmt, und nun ist in jeder dieser Ebenen ein Kegelschnitt durch die sie bestimmenden drei Punkte so zu legen, daß je zwei dieser drei Kegelschnitte die Schnittlinie ihrer beiden Ebenen zur gemeinsamen Sehne haben. Diese Aufgabe konnte bis dahin nur so gelöst werden, daß durch 8 von den 9 gegebenen Punkten zwei solche Kegelschnittstripel gelegt wurden, und dann aus dem hierdurch bestimmten Flächenbüschel 2. Grades die auch den neunten Punkt enthaltende Fläche gesucht wurde. Da hatte R. den glücklichen Gedanken, unmittelbar auf die Bestimmung der Polarebene des Schnittpunktes S der drei Ebenen auszugehen. Dies gelingt durch die Bemerkung, daß diejenige Beziehung je zweier der drei Ebenen, bei welcher die Polaren von S in bezug auf zwei Kegelschnitte durch die zweimal drei Punkte der beiden Ebenen mit deren Schnittlinie als gemeinsamer Sehne einander entsprechen, eine perspektive Kollineation ist, deren Perspektivitätszentrum leicht linear zu konstuieren ist. Dann ist die Ebene durch die drei Perspektivitätszentren die gesuchte Polarebene, so daß jeder der drei Kegelschnitte aus je drei Punkten und der Polare von S linear konstruiert werden kann. Was bei R. noch fehlt, ist einerseits der aus der Konstruktion selbst nicht schwer zu führende Nachweis, daß durch die drei so gefundenen Kegelschnitte wirklich eine Fläche 2. Grades bestimmt sei, und andererseits die Angabe der Bedingungen für die Ausführbarkeit der Konstruktion.

Auf weitere Einzelheiten der Schriften dieser Gruppe vermischten Inhalts wollen wir nicht eingehen, weil es sich erstens um nicht sehr erhebliche Vereinfachung früher gegebener Beweise und Konstruktionen handelt, und weil zweitens die behandelten Gegenstände, die aus den Titeln des Verzeichnisses deutlich hervorgehen, augenblicklich leider nur noch bei wenigen Mathematikern Interesse finden mögen. In allen diesen Arbeiten sind die Virtuosität und Schärfe hervorzuheben, durch die rein geometrische Betrachtungen und analytische Entwicklungen miteinander verbunden werden.

Die Schriften der *vierten Gruppe* (20, 24, 25, 26, 33) knüpfen an die bekannten, 1882 mit dem Steiner-Preis gekrönten Arbeiten von M. Noether und G. H. Halphen über algebraische Raumkurven an und bieten mit allen verfügbaren Mitteln ausgeführte Einzeluntersuchungen, die die Tabellen obiger Autoren wesentlich vervollständigen. Das Ziel ist hauptsächlich die Einteilung der Raumkurven in Familien und die Bestimmung der Anzahl ihrer Konstanten. In (24) führt R. die Abzählung der Konstanten einer Raumkurve R_n^p $n$ter Ordnung vom Geschlecht p auf ein durchsichtig formuliertes algebraisches Problem zurück, nämlich auf die Ermittelung der gemeinschaftlichen Verschwindungswerte der Determinanten einer gewissen Matrix. Man findet so den inneren Grund der Regel für die Zahl $4n$ dieser Konstanten sowie für die Ausnahmen, wenn das Geschlecht p eine gewisse Grenze überschreitet. Die Gesamtheit der nicht zerfallenden R_n^p bildet eine im allgemeinen zerfallende Mannigfaltigkeit, die sich in irreduzible Familien zerlegen läßt. Diese können dann weiter durch Spezialisierung der Konstanten in Unterfamilien (Species) übergehen, von denen einzelne auch mehreren Familien angehören können. Um diese Zerlegung für die Kurven von der niedrigsten Ordnung n vorzunehmen, haben Noether und Halphen eine Reihe von Sätzen aufgestellt, unter denen namentlich die von N. herangezogenen Punktgruppenscharen, die von gewissen linearen Flächenscharen auf der Kurve ausgeschnitten werden, sich als wirkungsvolle Einteilungsmittel erwiesen haben. Mit ihrer Hilfe hat N. die Einteilung der Raumkurven der 17 ersten Ordnungen in Familien vollzogen, dabei aber gewisse Ausnahmefälle unberücksichtigt gelassen, die dem Zerfallen der „Restkurve", nämlich der Kurve, die die gegebene zu dem vollständigen Schritte zweier Flächen ergänzt, niedrigster Ordnung in teilweise mehrfach zu rechnende Bestandteile entsprechen. Indem sich R. in (20) und (26) auf die nur auf Flächen 3. und 4. Ordnung auftretenden Raumkurven beschränkt, füllt er diese Lücke aus. Dabei ist ihm das entscheidende Merkmal der Familie die Art, wie die kleinste Restkurve in Gerade, Kegelschnitte und überhaupt in rationale Kurven zerfällt, oder auch das entsprechende Verhalten der Restkurve niedrigster Ordnung, die ihrerseits zur Restkurve gehört. Er streift mit dem Eingehen auf dies Zerfallen dasjenige Unterscheidungsmerkmal, das neuerdings F. Severi[1]) zu einem entscheidenden Erfolge geführt hat, nämlich die von Zeuthen vorgeschlagene und durch Spezialisierung der Konstanten zu erreichende Art des Zerfallens der Raumkurve selbst in ein System von Geraden. Übrigens findet R., daß sich die Flächen 3. Ordnung von denen höherer Ordnung wesentlich dadurch unterscheiden, daß das Zerfallen der Restkurven niedrigster Ordnung für sie die Regel ist. Eine Fülle von Sätzen über die die Punktgruppenscharen ausschneidenden Flächen, das Auftreten von Voll- und Teilscharen, von allgemeinen oder Spezialscharen bringt Ordnung in das Gewirr von Möglichkeiten, die mit dem Vorkommen der

1) S. etwa Severi, Vorlesungen über algebraische Geometrie, Anhang. B. G Teubner 1922.

Kurvenfamilien niedrigster Ordnung auf den Flächen 3. und 4. Ordnung verbunden ist. Die beiden Arbeiten schließen mit Tabellen, die sich auf ihre Restkurven niedrigster Ordnung, auf die sie ausschneidenden Flächen und die Zahl der Konstanten der auftretenden Kurvenfamilien beziehen. Man entnimmt ihnen, daß z. B. eine Fläche 4. Ordnung bereits 20 Familien von Raumkurven R_{30}^{18} enthält. Bei diesen Untersuchungen ergibt sich ein allgemeiner Satz über den Zusammenhang zwischen den auf der Raumkurve und ihrer Restkurve auftretenden Punktgruppenscharen hinsichtlich ihrer Mannigfaltigkeit, der als ein Analogon des Riemann-Rochschen Satzes angesehen werden kann, wobei aber die beteiligten Punktgruppen sich auf zwei verschiedene Kurven verteilen. Diese Untersuchungen entstammten wohl den Vorarbeiten R.s für einen Enzyklopädieartikel, der leider unvollendet geblieben ist.

Wenn wir endlich zur *fünften Gruppe* der R.schen Schriften, zu den von ihm verfaßten Lehrbüchern, übergehen, so können wir uns kürzer fassen, weil sie nur unterrichtlichen Zwecken dienen sollten. Als R.s Lehrbuch der darstellenden Geometrie 1893 zum ersten Male erschien, füllte es, wie der Erfolg gezeigt hat, eine gewisse Lücke aus. Die darstellende Geometrie bedarf zu ihrem Aufbau vieler Sätze und Konstruktionen aus der Lehre von den Kegelschnitten, besonders der Ellipse. Diese waren in den bis dahin erschienenen Lehrbüchern entweder der analytischen Geometrie entnommen oder nach den für Anfänger schwerer verständlichen Methoden der projektiven Geometrie bewiesen worden. Statt dessen entwickelte nun R. jene Sätze und Konstruktionen auf elementarem Wege an der Hand der Projektionsmethoden selbst und verlieh so seinem Lehrbuch einen gewissen einheitlichen Charakter. Vielleicht ging er in dieser Beziehung etwas zu weit, insofern er versuchte, nach denselben Methoden eine allgemeine Theorie der Kurven und Flächen, besonders der Flächen 2. Grades zu entwickeln, ohne überall die Voraussetzungen anzugeben, unter denen seine Schlüsse strenge Gültigkeit haben.

Wir haben schließlich noch die nach einem hinterlassenen und vollständig ausgearbeiteten Manuskripte herausgegebene Stereometrie (64) zu erwähnen. Sie sollte Studierenden und Lehrern Gelegenheit geben, sich mit dem reichen Schatze geometrischer Sätze, die dem Grenzgebiete zwischen elementarer und höherer Geometrie angehören, vertraut zu machen und an ihnen die räumliche Anschauungskraft auszubilden. Leider ist bei der Herausgabe versäumt worden, was R. selbst sicher nicht unterlassen hätte, das Buch mit literarischen Anmerkungen zu versehen, was an der Hand der Enzyklopädie so schwer nicht gewesen wäre, da die Literatur über die behandelten Gegenstände eine besonders reiche ist.

Überblicken wir das gesamte wissenschaftliche Lebenswerk R.s, so müssen wir es als ein für die Geometrie ungemein fruchtbares bezeichnen und unserem Schmerze Ausdruck geben, daß wieder einer jener, wie es scheint, unersetzlichen Geometer hingegangen ist, die der Blütezeit der Geometrie in den siebziger und achtziger Jahren des vorigen Jahrhunderts entstammten. Auch können wir die Bedeutung R.s nur voll erfassen, wenn wir sie im Rahmen jener Zeit betrachten, die durch A. Clebsch und F. Klein inauguriert wurde. Denn mit dem kritischen Geiste unserer Tage hätte z. B. Rohn das Problem der Gestalten der Flächen 4. Ordnung niemals in dem Grade fördern können, wie er es getan hat.

Es bleibt mir zum Schlusse noch übrig, den Herren Brill, Krazer und Scheffers meinen herzlichen Dank für die wertvollen Beiträge auszusprechen, die sie mir für diesen Nachruf zukommen ließen; die Zuhilfenahme dieser Quellen hat sein Erscheinen so lange verzögert.

Verzeichnis der Schriften von Karl Rohn.[1]

1. Betrachtungen über die Kummersche Fläche und ihren Zusammenhang mit den hyperelliptischen Funktionen $p = 2$. Diss. München (Straub) 1878.
2. Transformationen der hyperelliptischen Funktionen $p = 2$ und ihre Bedeutung für die Kummersche Fläche (Habilitationsschrift). Math. Ann. Bd. 15, S. 315. 1879.
3. Die verschiedenen Gestalten der Kummerschen Fläche. ebend. Bd. 18, S. 99. 1881.
4. Ein Beitrag zur Theorie der biplanaren und uniplanaren Knotenpunkte. ebend. Bd. 22, S. 124. 1883.
5. Das Verhalten der Hesseschen Fläche in den vielfachen Punkten und vielfachen Kurven einer gegebenen Fläche. ebend. Bd. 23, S. 82. 1884.
6. Über die Entstehung eines beliebigen k-fachen Punktes einer Fläche aus dem gewöhnlichen k-fachen Punkt. Leipz. Ber. Bd. 36, S. 1. 1884.
7. Einige spezielle Fälle der Kummerschen Fläche. ebend. S. 10. 1884.
8. Über Flächen 4. Ordnung mit acht bis sechzehn Knotenpunkten. ebend. S. 61. 1884.
9. Über Flächen 4. Ordnung mit dreifachem Punkte. Math. Ann. Bd. 24, S. 55. 1884.
10. Eine einfache lineare Konstruktion der ebenen rationalen Kurven 5. Ordnung. ebend. Bd. 25, S. 598. 1885.
11. Die Flächen vierter Ordnung hinsichtlich ihrer Knotenpunkte und ihrer Gestaltung. Preisschriften, gekrönt und herausgeg. von der Fürstl. Jablonowskischen Gesellschaft zu Leipzig. XXVI. 1886.
12. Auszug hieraus. Math. Ann. Bd. 29, S. 81. 1887.

1) Vergl. hierzu Hölder, Karl Rohn. Nekrolog. Ber. der Sächs. Akad. d. Wiss. Bd. 32. 1920.

13. Die verschiedenen Arten der Regelflächen 4. Ordnung. ebend. B. 28, S. 284. 1887.
14. Zur Erinnerung an Axel Harnack. Isis (Dresden) 1888.
15. Beitrag zum Acht-Damen-Problem, ebend. 1889.
16. Die Raumkurve 4. Ordnung zweiter Spezies. 1. Teil. Leipz. Ber. Bd 42, S. 208. 1890.
17. Zweiter Teil. ebend. Bd. 43, S. 1. 1891.
18. Modelle der rationalen Raumkurven 4. Orduung und ihrer Developpablen. Diese Jahresber. Bd 1, S. 43 1892.
19. Lehrbuch der darstellenden Geometrie. In 2 Bänden (mit Papperitz) I. Band. Leipzig. Veit u. Co. 1893.
20. Die Raumkurven auf den Flächen 3. Ordnung Leipz. Ber. Bd. 46, S. 85. 1894.
21. Die Konstruktion der Fläche 2. Grades durch neun Punkte. Ebend. S. 160. 1894.
22. Lehrbuch der darstellenden Geometrie. II. Bd. 1896. (mit Papperitz).
23. Kristallklassen. Isis (Dresden). 1896.
24. Bestimmung der Konstantenzahl bei Raumkurven. Diese Jahresber. Bd. 5, S. 84. 1897.
25. Über den Zusammenhang der von Flächen beliebiger Ordnung auf einer Raumkurve ausgeschnittenen Punktgruppen mit denen ihrer Restkurven. Leipz. Ber. Bd. 49, S. 627. 1897.
26. Die Raumkurven auf den Flächen vierter Ordnung. ebend. S. 631. 1897.
27. Kristallstruktur und regelmäßige Punktgruppen. ebend. Bd. 51, S. 445. 1899.
28. Die Entwicklung der Raumanschauung im Unterricht. Festrede. Dresden. (A. Dressel.) 1900.
29. Einige Sätze über regelmäßige Punktgruppen. Math. Ann. Bd. 53, S. 440. 1900.
30. Konstruktion des Krümmungsradius bei einem Kegelschnitt durch fünf Punkte. Leipz. Ber. Bd. 52, S. 17. 1900.
31 Lehrbuch der darstellenden Geometrie (mit Papperitz) I. Bd. 2. Aufl. 1901.
32. Einige Beiträge zum Problem der Bestimmung des achten Schnittpunktes von drei Flächen zweiten Grades. Leipz. Ber. Bd. 53, S. 492. 1901.
33. Über algebraische Raumkurven. Verhandl. des 3. internat. Math. Kongresses Heidelberg. S. 347. 1905.
34. Lehrbuch der darstellenden Geometrie (mit Papperitz). Dritte Aufl. in 3 Bden. 1906.
35. Beiträge zur Theorie der ebenen Kurven dritter Ordnung. Leipz. Ber. Bd. 58, S. 200. 1906.
36. Ableitung einiger Kegelschnittssätze mit Hilfe von Schnittpunktsätzen. Diese Jahresber. Bd. 16, S. 359. 1907.
37. Konstruktion der ebenen Kurve 3. Ordnung aus 9 beliebigen Punkten mit Hilfe des Lineals. ebend. S. 265. 1907.
38. Konstruktion eines Kegelschnittes, wenn ein reeller Punkt P, zwei konjugiert imaginäre Punkte und zwei konjugiert imaginäre Tangenten gegeben sind. ebend. Bd. 17. S. 94. 1908.
39. Ein allgemeiner Satz über doppelt berührende Kegelschnitte, von denen der Steinersche Satz über doppelt berührende Kreise ein Spezialfall ist. Leipz. Ber. Bd. 60, S. 2. 1908.
40. Das Schließungsproblem von Poncelet und eine gewisse Erweiterung. ebend. S. 94. 1908.

41. Beiträge zur Bestimmung des achten Schnittpunktes von drei Flächen zweiten Grades. ebend. S. 275. 1908.
42. Die oskulierenden Kreise eines Kegelschnittes. Diese Jahresber. Bd. 18, S. 402. 1909.
43. Zwei Flächen 2. Grades und die Tetraeder, deren Kanten beide zugleich tangieren. Leipz. Ber. Bd. 61, S. 95. 1909.
44. Der Büschel von Flächen zweiten Grades im Raume S_n und ein $(n+1)$-Flach in besonderer Beziehung zu ihm. Leipz. Abhandl. Bd. 31, S. 337. 1909.
45. Über das Malfattische Problem. Leipz. Ber. Bd. 62, S. 377. 1910.
46. Die Maximalzahl von Ovalen bei einer Fläche 4. Ordnung. ebend. Bd. 63, S. 423. 1911.
47. Die ebene Kurve 6. Ordnung mit elf Ovalen. ebend. S. 540. 1911.
48. Der Flächenbüschel zweiten Grades im S_n und gewisse $(n+1)$-Flache. Math. Ann. Bd. 70, S. 266. 1911.
49. Einige Bemerkungen zu der Arbeit von Herrn W. Fr. Meyer „Über neue Konfigurationseigenschaften von kubischen Raumkurven". Leipz. Ber. Bd. 65, S. 343. 1913.
50. Invariantentheoretisches zum erweiterten Schließungsproblem des Poncelet. ebend. S. 185. 1913.
51. Lehrbuch der darstellenden Geometrie (mit Papperitz). Vierte Aufl. 1. Bd. 1913.
52. Das Schließungsproblem von Poncelet und einige Erweiterungen. Diese Jahresber. Bd. 23, S. 330. 1913.
53. Die Maximalzahl und Anordnung der Ovale bei der ebenen Kurve 6. Ordnung und bei der Fläche 4. Ordnung. Math. Ann. Bd. 73, S. 177. 1913.
54. Geschart- involutorische Lage zweier Flächen 2. Grades. Leipz. Ber. Bd. 67, S. 60. 1915.
55. Ein Beitrag zu den rationalen Kurven und ihren Berührungskurven $(n-3)$ter Ordnung. ebend. S. 93. 1915.
56. Beitrag zur Invariantentheorie dreier ternärer quadratischer Formen. ebend. S. 101. 1915.
57. Auswertung einer Determinante. ebend. S. 298. 1915.
58. Kongruente Kegelschnitte und kongruente Flächen 2. Grades, erstere einem Dreieck, letztere einem Sechsflach einbeschrieben. ebend. S. 396. 1915.
59. Lehrbuch der darstellenden Geometrie (mit Papperitz). Vierte Aufl. 2. Bd. 1916.
60. (Bemerkung zu einer Arbeit von Study über „Das Prinzip der Erhaltung der Anzahl.") Leipz. Ber. Bd. 68, S. 91. 1916.
61. Beiträge zum Normalenproblem der Flächen 2. Grades. ebend. Bd. 70, S. 55. 1918.
62. Flächen 2. Grades und Tetraeder mit vier oder sechs berührenden Kanten. ebend. S. 127. 1918.
63. Kongruente Dreiecke, Dreikante, Vierkante und Tetraeder in perspektiver Lage. ebend. Bd. 71, S. 160. 1919.
64. Lehrbuch der darstellenden Geometrie (mit Papperitz). Vierte Aufl. 3. Bd. 1921.
65. Stereometrie. Ein Handbuch für Studierende und Lehrer, nach einem hinterlassenen Manuskripte herausgeg. von Friedrich Wünschmann (Borna, Leipzig, Rob. Noske). 1922.

Modelle.

66. Lineares Strahlensystem (Kongruenz) mit konjugiert imaginären Leitlinien und
67. Lineares Strahlensystem (Kongruenz) mit zusammenfallenden Leitlinien, ausgeführt 1877 von stud. math. K. Rohn im mathem. Institut der Techn. Hochschule München.
68. Drei Modelle der Kummerschen Fläche, ausgeführt usw.
69. Sieben Modelle zur Darstellung des Verlaufes der geodätischen Linien auf dem Ellipsoid. Ausgef. (1877 und 1880) im mathem. Institut der Techn. Hochschule München (unter Leitung von Prof. A. Brill) von den stud. math. K. Rohn und A. v. Braunmühl.
70. Serie von Regelflächen vierter Ordnung. 1890.
71. Sieben Fadenmodelle der abwickelbaren Flächen der Raumkurven 4. Ordnung 2. Spezies. 1893.
72. Drei Modelle der Steinerschen Fläche.
73. Ellipsenzirkel 1892.

(Eingegangen am 22. 3. 23.)

Max Noether.

Von A. Brill in Tübingen.

Max Noether.

Am 13. Dezember 1921 ist der emeritierte ordentliche Professor der Mathematik an der Universität Erlangen Geheime Hofrat Dr. Max Noether im 78. Lebensjahr verschieden. Mit ihm ist einer der letzten deutschen Vertreter der algebraischen Geometrie dahingegangen, eines Wissenszweigs, der in der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts durch lebhaften Austausch zwischen deutschen, englischen und italienischen Mathematikern hervorgerufen und gepflegt worden war. Am triebkräftigsten hat er sich in Italien fortentwickelt, wo noch heute hervorragende Geometer — nächst Cremona und Clebsch — in Noether ihren Führer verehren. Italiener werden darum auch am besten in der Lage sein, durch den Hinweis auf die Entfaltung seiner Ideen in ihrem Lande den Wert und die Auswirkung seiner Arbeiten zu beurteilen.

Wenn ich trotzdem der Aufforderung, dem dahingegangenen Arbeitsgenossen und Freund einen Nachruf zu widmen, in der Gestalt eines