RM-AfG

REULEAUX-MITTEILUNGEN • ARCHIV FÜR GETRIEBETECHNIK

Herausgeber: Reuleaux-Gesellschaft · Fachgruppe Getriebetechnik des VDI, Berlin NW 7, Ingenieurhaus, Hermann-Göring-Str. 27

SCHRIFTLEITUNG: DR. PHIL. R. BEYER VDI, ZWICKAU I. SA., ELSASSER STR. 20 — BESTELLUNGEN, ZUSCHRIFTEN USW. SIND AN VDI-VERLAG GMBH, BERLIN NW 7, DOROTHEENSTR. 40, ZU RICHTEN

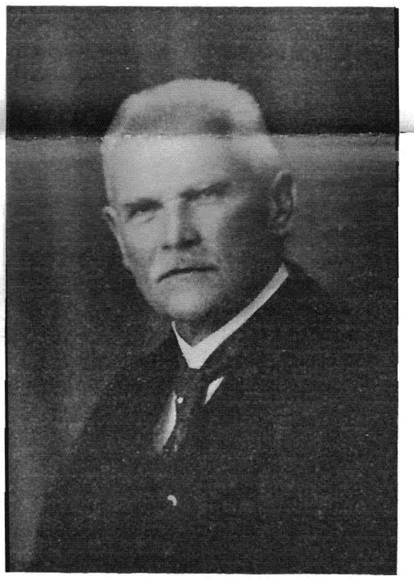
BAND 5 JUNI 1937 HEFT 6

Reinhold Müller

Zu seinem 80. Geburtstage

Von Prof. Dr. A. WALTHER VDI, Darmstadt

Am 11. Mai 1937 vollendet Prof. Dr. phil. Dr. rer. techn. h. c. *Reinhold Müller*, emeritierter Ordinarius für Mathematik, insbesondere Darstellende Geometrie und Kinematik an der Technischen Hochschule Darmstadt, sein 80. Lebensjahr. Es wäre menschlich verständlich, wenn die jüngere Generation der in Kinematik und Getriebetechnik Tätigen von diesem Festtage mit der einem Meister des Gebietes schuldigen Hochachtung, aber doch ohne innere Beziehung Kenntnis nehmen würde. Daß das Gegenteil der Fall ist, hat der Jubilar selbst erreicht: durch seine „Einführung in die Theoretische Kinematik" [44] [1]), die er 1932 erscheinen ließ und in der er den Ertrag reicher Forschung und unterrichtlicher Erfahrung zusammenfaßt, hat er noch als 75 jähriger die Entwicklung der Kinematik kräftig beeinflußt. So besteht aller Grund, daß das Archiv für Getriebetechnik seiner und seines für die Getriebelehre, namentlich die Getriebesynthese heute mehr denn je wichtigen Lebenswerkes mit Wärme und Dankbarkeit gedenkt.



Reinhold Müller

Reinhold Müller wurde am 11. Mai 1857 in Dresden geboren, besuchte das Dresdner Annen-Realgymnasium und bezog Ostern 1874 die Technische Hochschule zu Dresden, zunächst als Studierender des Bauingenieurwesens. Nach zwei Semestern ging er in die Lehrer-Abteilung (mathematisch-naturwissenschaftliche Abteilung) über, wo vor allem *Burmester* nachhaltigen Einfluß auf ihn ausübte. Hatte ihm die Dresdner Studienzeit den Blick für die Anwendungen der Mathematik und für die Technik geöffnet, so vollendete sich in anschließenden Semestern auf der Universität Leipzig von Ostern 1877 bis Ostern 1879 besonders unter *C. Neumann* seine allgemein-mathematische Ausbildung, die er mit der Oberlehrerprüfung für Mathematik und Physik abschloß. Er trat sodann beim 2. Sächsischen Grenadierregiment 101 ein — noch heute denkt er gern an jene Zeit und die späteren militärischen Übungen zurück und weiß mit gutem Humor seine Einjährigen- und Reserveoffizierserlebnisse zu schildern.

Ostern 1880 fand er Anstellung am damaligen Königlichen Gymnasium, heutigen Staatsgymnasium in Dresden-Neustadt. In diese Oberlehrerzeit fällt seine Promotion bei *Felix Klein* zum Dr. phil. der Universität Leipzig am 29. November 1883 [3], deren fünfzigste Wiederkehr die Alma mater beim goldenen Doktorjubiläum 1933 durch Erneuerung des Diploms gefeiert hat.

1884 erreichte den mit Lust und Liebe lehrenden und dabei mit ganzem Herzen an der Mathematik hängenden Oberlehrer ein ehrenvoller Ruf an die Technische Hochschule Braunschweig als ordentlicher Professor für Darstellende Geometrie. Mit dem Amtsantritt am 1. Januar 1885 beginnt für *Reinhold Müller* eine menschlich und wissenschaftlich reiche Zeit. Hier in Braunschweig schließt er seinen Lebensbund mit *Wilhelmine* geb. *Keuffel*, die er am 27. Mai 1887 heimführen konnte und mit der er noch heute in glücklicher Ehe verbunden ist. In die 22 Braunschweiger Jahre fallen auch seine wichtigsten wissenschaftlichen Arbeiten, von denen namentlich die über das Gelenkviereck und über Geradführungen seinen Namen weithin bekanntgemacht haben. Einen ehrenvollen Ruf an die Technische Hochschule in Wien im Sommer 1901 lehnte er trotz den günstigsten Bedingungen ab, weil er in vaterländischer Gesinnung nicht auf seine deutsche Staatsangehörigkeit verzichten wollte.

Im Anschluß an einen wichtigen Vortrag über ähnlich-veränderliche Systeme auf der Stuttgarter Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte [36] eröffnete ihm die Berufung an die Technische Hochschule Darmstadt zum 1. April 1907 einen größeren Wirkungskreis auf einem Lehrstuhl für Darstellende Geometrie und Kinematik, den er bis zum Übertritt in den Ruhestand am 1. April 1928 innehatte. Auch sonst hat *Reinhold Müller* mancherlei Anerkennung seines erfolgreichen wissenschaftlichen und unterrichtlichen Wirkens erfahren. Die Braunschweiger wie die Darmstädter Hochschule be-

[1]) Die Zahlen in eckigen Klammern verweisen auf das Verzeichnis der Veröffentlichungen am Schluß.

trauten ihn mehrmals mit dem Rektorat und sonstigen Ehrenämtern; der Großherzog von Hessen ernannte ihn zum Geheimen Hofrat; die Technische Hochschule Dresden verlieh ihm bei ihrer Jahrhundertfeier 1928 die Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften Ehren halber (Dr. rer. techn. h. c.) „für erfolgreiche Untersuchungen auf dem Gebiete der geometrischen Bewegungslehre".

Reinhold Müller wird als akademischer Lehrer von allen seinen Schülern wegen seiner außerordentlichen Klarheit gerühmt, die auch aus jeder seiner Abhandlungen und seinen Büchern zu uns spricht. Durch zahlreiche Besprechungen mit den Vertretern der technischen Lehrgebiete suchte er seinen Unterricht auf die technischen Bedürfnisse einzustellen und so der Praxis zu dienen. Lebendige und frische Vortragsart erwarb ihm bei den Studenten allgemeine Beliebtheit. Die Kollegen wußten seine Gewandtheit in Verwaltungsdingen, seine Fähigkeit, in schwierigen Lagen auszugleichen und zu vermitteln, wohl zu schätzen. Darüber hinaus gewannen ihm trotz bescheidener Zurückhaltung sein mit natürlicher Würde gepaartes schlichtes und gerades Wesen, seine ruhige und dabei doch geistig wie körperlich bewegliche Art, sein Pflichtgefühl und seine Gewissenhaftigkeit in wissenschaftlichen und menschlichen Dingen überall rasch die Achtung und Zuneigung aller, die amtlich und außeramtlich mit ihm in Berührung kamen. Seine Emeritierung 1928 war nicht der Abschluß seiner Tätigkeit. Er nahm und nimmt weiter regen Anteil an seiner Darmstädter Hochschule, versäumt selten einen mathematischen Vortrag, und seine schon erwähnte „Einführung in die Theoretische Kinematik" [44] ist ja erst in diesen Jahren der Freiheit von den Amtspflichten erschienen.

Neben der Liebe zur Mathematik ist kennzeichnend für *Reinhold Müller* seine aus Naturliebe und Bewegungslust geborene Freude am Wandern. Außer regelmäßigen Gängen in Darmstadts Umgebung hat er Jahr für Jahr, zumeist mit seiner Lebensgefährtin, die deutschen Lande und vor allem seine geliebten Alpen durchstreift. Vor zwei Jahren erlitt er auf einem durch Regengüsse aufgeweichten Kletterwege an der Burg Eltz einen unglücklichen Sturz mit Schlüsselbein- und Rippenbrüchen, Lungenquetschung und schwerer Gehirnerschütterung. Damals bangten Gattin und Freunde Wochen hindurch um sein Leben. Lange sah der Zustand ungeklärt aus, bis auf einmal seine alte kräftige Natur wieder durchbrach und erstaunlich rasch geistige und körperliche Leistungsfähigkeit zurückkehrten. Mögen sie ihm noch lange unvermindert erhalten bleiben!

Vom wissenschaftlichen Lebenswerk *Reinhold Müllers* seien zuerst die Arbeiten zur Darstellenden Geometrie erwähnt. Schon als Student an der Dresdner Hochschule gab er schöne Beispiele für die Gewinnung der Umrißkurve bei der senkrechten Projektion von Drehflächen mit bekannter Meridiankurve [1]. Sehr bekanntgeworden ist der aus der Braunschweiger Hochschultätigkeit erwachsene, in vier Auflagen erschienene Leitfaden der Darstellenden Geometrie [22]. Ursprünglich war er lediglich für den Gebrauch der eigenen Hörer des Verfassers bestimmt und, um diesen das Nachschreiben, nicht aber das Nachzeichnen zu ersparen, mit sehr wenigen Bildern ausgestattet und in besonders kurzer und klarer Schreibweise abgefaßt. Auch sollte er nur die Theorie, aber keine Anwendungsbeispiele bringen. Später ist diese starke Beschränkung fallengelassen, das nützliche Werk mit reichen Figuren und Beispielen versehen und dadurch erfreulicherweise für einen weiteren Kreis brauchbar gemacht worden. Kleine Meisterwerke der Darstellung sind die Braunschweiger Rektoratsrede [34], die Darmstädter Antrittsrede [37] und die Darmstädter Rektoratsrede [41, 42], in denen *Reinhold Müller* einen fachlich nicht vorgebildeten Zuhörerkreis in Geschichte und Wesen von Perspektive und Reliefperspektive einzuführen weiß. In ihnen treten auch seine Kunstliebe und sein durch mehrfache Reisen nach Italien geschulter künstlerischer Blick hervor, mit dem sich Freude an der Natur vereint. Trotz Hochhaltung des wissenschaftlichen Standpunktes und wissenschaftlicher Genauigkeit wird doch dem Künstler alle Freiheit zugestanden. Im Zusammenhang mit diesen Reden seien wegen des ähnlich klaren Charakters zugleich die Besprechungen [21, 24, 25, 26, 31, 32, 33] erwähnt.

Die Arbeiten des Jubilars zur Kinematik, der weitaus wichtigste Teil seines Lebenswerkes, sind vom geometrischen, nicht vom mechanischen Standpunkte aus entstanden und lassen sich in folgende Gruppen einteilen:

Reinhold Müller verfolgt die Bewegung eines starren ebenen Systems nicht nur durch zwei aufeinanderfolgende Lagen (was zu Normalen und Tangenten von Bahnen und Hüllbahnen, zu Pol und Polkurven führt) oder durch drei aufeinanderfolgende Lagen (was Krümmung, Wendepol und Wendekreis, Rückkehrpol und Rückkehrkreis liefert), sondern durch beliebig viele benachbarte Lagen [z. B. 9, 10, 11, 12, 13, 18, 19, 29, 44].

Er klärt die Rolle des Pols als Systempunkt und untersucht die Verzweigungslagen eines starren ebenen Systems, zu denen kein eindeutiger Pol gehört [z. B. 18, 19, 35, 44].

Er ordnet die zunächst unübersehbare gestaltliche Mannigfaltigkeit der Koppelkurven eines Gelenkvierecks systematisch durch die Polkurve, die *Müller*sche Übergangskurve und die *Müller-Allievi*sche Flachpunktkurve [z. B. 4, 5, 6, 7, 18, 19, 20, 23, 27, 30, 44].

Er wendet besondere Koppelkurven und die sie erzeugenden Gelenkvierecke zu angenäherten Geradführungen an, wobei besonders hervorhebenswert die *Müller*sche sechspunktige Geradführung von 1897 [17] durch die doppelt gestreckte Koppelkurve erscheint [z. B. 12, 13, 17, 18, 19, 20, 23, 28].

Er gibt eine zusammenfassende Ordnung gewisser übergeschlossener Mechanismen [14].

Er entwickelt in tiefgehender und meist abschließender Weise die Kinematik der ebenen ähnlich-veränderlichen Systeme [2, 3, 8, 36, 38, 39, 40].

Angeregt durch *Ludwig Burmester*, dem er durch dessen ganzes Leben hindurch freundschaftlich verbunden geblieben ist und dem er in einem Nachruf unter bescheidenster Zurückstellung der eigenen über *Burmester* hinausführenden Leistungen ein ergreifendes Denkmal von Verehrung und Dankbarkeit gesetzt hat [43], betrat *Reinhold Müller* das Gebiet der Kinematik schon in seiner Studentenzeit 1877 mit einer Arbeit über ähnlich-veränderliche Systeme [2]. Er stellt in ihr die partielle Differentialgleichung der „Selbsthüllflächen" auf, findet für „Selbsthüllkurven" Zusammenhänge mit *Klein-Lie*schen Untersuchungen und gibt spezielle Selbsthüllflächen u. dgl., auch mancherlei geometrische Eigenschaften der Selbsthüllflächen und Selbsthüllkurven an. Später hat sich *Reinhold Müller* auf ebene ähnlich-veränderliche Systeme beschränkt. Für diese entwickelt er eine neue Konstruktion für die Krümmungsmittelpunkte der Bahnkurven und stellt zwischen den Systempunkten und den Krümmungsmittelpunkten eine ein-zweideutige Verwandschaft dritten Grades fest [3, 8]. Besonders reges Interesse hat, wie aus anschließenden Untersuchungen anderer Mathematiker wie *Skutsch*, *Mehmke* und *Krause* [2]) hervorgeht, der kurze Aufsatz [38] erweckt, in dem *Reinhold Müller* den Satz aufstellt: Bewegen sich drei Punkte eines ebenen ähnlich-veränderlichen Systems auf Kreisen, so beschreibt jeder vierte Punkt eine Koppel-

2) *R. Skutsch*, Über die von Herrn *Reinhold Müller* untersuchte Bewegung eines ähnlich veränderlichen Systems, Z. Math. Physik 58 (1910) S. 252/57; *R. Mehmke*, Analytischer Beweis des Satzes von Herrn *Reinhold Müller* über die Erzeugung von Koppelkurven durch ein ähnlich-veränderliches System, Z. Math. Physik 58 (1910) S. 257/59; *M. Krause*, Zur Theorie der ebenen ähnlich veränderlichen Systeme, Jber. deutsch. Math.-Vereingg. 19 (1910) S. 327/39.

kurve (d. h. eine Kurve, wie sie ein beliebiger Punkt der mit der beweglichen „Koppel" eines gewöhnlichen Gelenkvierecks verbundenen Koppelebene durchläuft). Es wird also ein merkwürdiger Zusammenhang zwischen gewissen ähnlich-veränderlichen ebenen Systemen und dem starren ebenen Gelenkviereck-System gefunden. Zusammenfassend dargestellt ist die Lehre von den ähnlich-veränderlichen ebenen Systemen in der großen Abhandlung [39] von 1910 mit den Ergänzungen [36] und [40], die hier jedoch nicht ausführlich gekennzeichnet werden kann. Nur soviel sei gesagt, daß die gegenüber den gewöhnlich betrachteten starren Systemen weitaus schwierigere und verwickeltere Theorie systematisch aufgebaut und in den hauptsächlichsten Fragestellungen erschöpfend erledigt wird.

Zeitlich folgten auf die Jugendarbeiten über darstellende Geometrie [1], über ähnlich-veränderliche Systeme [2] und auf die Dissertation [3] nach der Einarbeitungszeit in die Braunschweiger Professur die wichtigen, miteinander zusammenhängenden Untersuchungen [4, 5, 6, 7], in denen *Reinhold Müller*, um einen Überblick über die Gestalten der sämtlichen Koppelkurven eines Gelenkvierecks zu gewinnen, die nach ihm zu benennende Müllersche Übergangskurve einführt. Jede Koppelkurve hat im allgemeinen drei Doppelpunkte im Endlichen, von denen einer immer reell ist, die anderen beiden reell oder imaginär sein können. Die Übergangskurve wird erklärt als geometrischer Ort der Systempunkte, die Koppelkurven mit zwei zusammenfallenden Doppelpunkten (mit Selbstberührungspunkten) erzeugen; sie trennt also Gebiete mit drei reellen Doppelpunkten und mit einem reellen Doppelpunkt für die Koppelkurven. *Reinhold Müller* stellt ihre Gleichung auf, bestimmt ihre Ordnung zu 10, ihr Verhalten im Unendlichen u. dgl. [4, 5] und untersucht den Sonderfall des Schubkurbelgetriebes [6, 7]. Hier vereinfacht sich die *Müller*sche Übergangskurve im wesentlichen zu zwei Übergangskreisen, deren Reell- oder Imaginärsein in Zusammenhang mit der besonderen Art des Schubkurbelgetriebes gebracht wird.

Die durch die Übergangskurve angebahnte Ordnung der Koppelkurven erreicht ihren Höhepunkt in der großen Abhandlung aus der *Dedekind*-Festschrift von 1901 [27, wiederabgedruckt in 30]. Außer der Übergangskurve, für die jede Koppellage im allgemeinen vier Punkte liefert, zieht *Reinhold Müller* hier die Polkurve heran, die sich, weil die auf ihr gelegenen Systempunkte Bahnen mit Spitzen beschreiben, hinsichtlich der Gestalt der Koppelkurven als Trennkurve von Gebieten mit Knotenpunkten und mit Einsiedlerpunkten (isolierten Punkten) darstellt; sie erweist sich von 8. Ordnung und wird in allen Besonderheiten studiert. Polkurve und Übergangskurve berühren sich in 12 Punkten, welche Bahnkurven nicht mit Spitzen, sondern mit Schnabelspitzen beschreiben, und schneiden sich außerdem noch in 24 Punkten, die Bahnkurven mit einer Spitze und einem Selbstberührungspunkt haben [18, 19]. Zu Übergangskurve und Polkurve tritt als dritte kennzeichnende Kurve die Müller-Allievische Flachpunktkurve der *Ball*schen Punkte, d. h. solcher Systempunkte, die Bahnen mit vierpunktig berührender Tangente (mit Flachpunkt) haben; auf ihrer einen Seite haben die Bahnen zwei reelle Wendepunkte mehr als auf der anderen. Analytisch untersucht *Reinhold Müller* sie tiefergehend nur für die Sonderfälle des Schubkurbelgetriebes und des Zwillingskurbelgetriebes; auch gewinnt er sie dann aus der Polkurve durch konforme Abbildung. Außer durch Bewegungsumkehr sind Polkurve und Flachpunktkurve auch zusammen konstruierbar als Einhüllende aller Kreise der Koppelebene, die nach und nach im Laufe der Bewegung zu Wendekreisen werden.

Der nicht nur beim Gelenkviereck, sondern bei jedem starren ebenen System wichtige, auf dem Wendekreis gelegene *Ball*sche Punkt mit vierpunktig berührender Tangente seiner Bahnkurve ist ein besonderer unter den Systempunkten, die Bahnelemente mit vierpunktig berührendem Krümmungskreis haben. Diese Systempunkte bilden die von *Burmester* und *Grübler* eingeführte Kreispunktkurve, eine spezielle Kurve dritter Ordnung. Unter den Kurven dritter Ordnung nimmt sie eine ähnliche Stellung ein wie der Kreis unter den Kegelschnitten und heißt als geometrischer Ort der Brennpunkte einer gewissen Kegelschnittschar auch Fokalkurve. *Reinhold Müller* beschäftigt sich mit ihr auch unter rein geometrischem Gesichtswinkel; er konstruiert sie aus sechs gegebenen Punkten, durch die im allgemeinen drei Fokalkurven laufen [15], und leitet eine einfache Koeffizientenbedingung dafür her, daß eine durch ihre Gleichung gegebene Fokalkurve einen Doppelpunkt hat [16].

Um die mit vierpunktig berührenden Tangenten und Krümmungskreisen zusammenhängenden Fragen systematisch angreifen zu können, geht *Reinhold Müller* zurück auf die Bewegung eines starren ebenen Systems durch vier benachbarte Lagen [9, 10]. Als wesentlich erkennt er das Studium der Evoluten von Bahnkurven und Hüllbahnen und der Krümmungsmittelpunkte dieser Evoluten, wofür er eine Konstruktion entwickelt. Diese Untersuchung wird folgerichtig fortgesetzt bei der Bewegung durch fünf benachbarte Lagen [11], wobei naturgemäß die zweite Evolute und ihre Krümmungsmittelpunkte als systematisches Hilfsmittel dienen. Es zeigt sich, daß unter den Punkten der Kreispunktkurve, also der Punkte, die Bahnelemente mit vierpunktig berührendem Krümmungskreis haben, im allgemeinen vier vorhanden sind, bei denen der Krümmungskreis sogar fünfpunktig berührt. *Reinhold Müller* nennt diese von ihm gefundenen besonderen Punkte die Burmesterschen Punkte und gibt für sie eine Anzahl Sätze an. Wenn z. B. der *Ball*sche Punkt (der Schnittpunkt von Wendekreis und Kreispunktkurve) zugleich *Burmester*scher Punkt ist, wenn also ein Punkt mit fünfpunktig berührender Bahntangente vorkommt, liegen die drei übrigen *Burmester*schen Punkte auf einer Geraden. Die gewonnene allgemeine Einsicht wird sofort für das Gelenkviereck fruchtbar gemacht [12, 13]. Hier sind zwei der *Burmester*schen Punkte als Endpunkte der Koppel von vornherein bekannt, die beiden anderen werden konstruiert. Durch Konstruktion eines Gelenkvierecks, für das ein *Burmester*scher Punkt zugleich *Ball*scher Punkt ist, tritt jetzt zum ersten Male in *Müllers* Schaffen das Problem der angenäherten Geradführung klar hervor, die durch ein solches Gelenkviereck mit fünfpunktig berührender Koppelkurventangente geleistet wird, weil der betreffende Punkt der Koppelebene bei Bewegung des Gelenkvierecks über einen langen Bereich hin fast geradlinig läuft [13].

Diesem Problem der angenäherten Geradführung sind eine von *Felix Klein* 1897 in der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften vorgelegte kurze Mitteilung [17], die umfangreichen „Beiträge zur Theorie des ebenen Gelenkvierecks" in der Festschrift zur Braunschweiger Naturforscherversammlung 1897 [18, wiederabgedruckt in 19], sowie mehrere weitere Arbeiten gewidmet, die praktische Bemerkungen und Einzelheiten nachtragen [20, 23, 28, 29]. In folgerichtigem Weiterbau seines früher [9, 10, 11] eingeschlagenen Weges entwickelt *Reinhold Müller* als systematisches Hilfsmittel, um die Bewegung eines starren ebenen Systems in beliebig vielen benachbarten Lagen zu beherrschen, die Lehre von den Wende- und Rückkehrpolen höherer Ordnung und den höheren Evoluten [18, 19]. Hierbei klärt sich nebenbei die Rolle des Pols als Systempunkt. Das gewonnene allgemeine Werkzeug wird dann auf das Gelenkviereck angewandt. Dort liefert es eine Konstruktion des *Ball*schen

Punktes und auch die Bedingung dafür, daß im *Ball*schen Punkt eine nicht nur vierpunktig, sondern sogar fünfpunktig berührende Tangente — als Grundlage für eine angenäherte Geradführung — vorliegt. Auch die Forderung einer sechspunktig berührenden Tangente und damit einer sechspunktigen angenäherten Geradführung kann *Reinhold Müller* mit den von ihm bereitgestellten Hilfsmitteln der Wende- und Rückkehrpole höherer Ordnung bewältigen [17]. Sechspunktige Berührung ist das Höchsterreichbare, weil die Koppelkurve nur von sechster Ordnung ist. Es zeigt sich, daß ∞^3 geradführende Gelenkvierecke dieser Art vorhanden sind, und, wenn man zusätzlich fordert, daß der angenähert geradlinig laufende Punkt auf der Koppelstrecke (oder ihrer Verlängerung) liegt, noch ∞^2. Wenn ein Punkt auf der Koppel eine Bahnstelle mit sechspunktig berührender Tangente durchschreitet, bilden die drei beweglichen Seiten des geradführenden Gelenkvierecks oder deren Verlängerungen ein gleichseitiges Dreieck [17]. An jede gegebene Koppelstrecke nebst Punkt auf ihr (oder ihrer Verlängerung) können zwei geradführende Gelenkvierecke angeschlossen werden; im geradführenden Gelenkviereck sind die drei beweglichen Seiten vertauschbar. Die *Tschebyscheff*sche angenäherte Geradführung ist ein praktisch wenig vorteilhafter Sonderfall der *Müller*schen sechspunktigen Geradführung, ebenso ordnet sich die bekannte genaue Geradführung durch das gleichschenkelige Schubkurbelgetriebe *Reinhold Müllers* allgemeinen Ergebnissen mühelos unter. Praktisch nimmt man zur angenäherten Geradführung besser nicht die Koppelkurve mit genau fünf- oder sechspunktig berührender Tangente, sondern eine benachbarte Koppelkurve, die mit ihrer Tangente mehrere sich ziemlich lang hinziehende äußerst flache Schnitte hat [20]. Koppelkurven mit sechspunktig berührender Tangente bezeichnet *Reinhold Müller* als „gestreckt", bei erzeugendem Punkt auf der Koppelgeraden wegen der alsdann vorhandenen Symmetrie als „doppelt gestreckt" [23, 28].

Die Lehre von den Wende- und Rückkehrpolen höherer Ordnung [18, 19] reicht zur Behandlung sechspunktiger Berührung nicht nur bei der Tangente, sondern auch beim Krümmungskreis aus, also für *Burmester*sche Punkte besonderer Art [29]. Wenn in drei der *Burmester*schen Punkte der Krümmungskreis nicht nur, wie definitionsgemäß, fünfpunktig, sondern sogar sechspunktig berührt, dann auch im vierten. In Anwendung auf das Gelenkviereck heißt das: Für gewisse einfach angebbare Lagen durchläuft bei der augenblicklichen Bewegung irgendeines der vier Glieder in bezug auf das Gegenglied jeder *Burmester*sche Punkt eine Bahnstelle mit sechspunktig berührendem Krümmungskreis.

Bei der üblichen Art, eine ebene Bewegung durch zwei Punkte und die beiden zugehörigen Krümmungsmittelpunkte zu bestimmen, werden oft die „Verzweigungslagen" nicht genügend beachtet, bei denen sich die vier gegebenen Punkte in gerader Linie befinden und zwei Pole auftreten (z. B. bei Durchschlagslagen eines Kurbelgetriebes). Die hierher gehörigen Fragen untersucht und erledigt *Müller* mit großer Sorgfalt [35].

Etwas außerhalb der übrigen kinematischen Arbeiten steht eine Untersuchung übergeschlossener Mechanismen [14]. Durch Einführung und Diskussion der sogenannten Kniekurve von 14. Ordnung, die ein in der Ebene eines Gelenkvierecks an die vier Seiten in gewisser Weise gelenkig angeschlossener Punkt beschreibt, werden die übergeschlossenen Mechanismen von *Hart, Kempe* usw. übersichtlich geordnet und sämtliche übergeschlossenen Mechanismen mit viergliedrigem einem Gelenkviereck eingefügtem Gelenk systematisch bestimmt.

Einen großen Teil seiner kinematischen Forschungen hat *Reinhold Müller* in seiner zu Anfang erwähnten „Einführung in die Theoretische Kinematik" [44] verarbeitet und zusammenfassend dargestellt. Manches daraus war vor dem Erscheinen im Buchhandel bereits in vervielfältiger Form für seine Darmstädter Hörer vorhanden. Wie alles aus *Reinhold Müllers* Feder, zeichnet sich dieses Werk durch Klarheit, Kürze, Zuverlässigkeit und reichen Inhalt aus. Diese Eigenschaften werden von allen Besprechern und Kritikern an ihm gerühmt und machen es zum Lernen und Nachschlagen hervorragend geeignet. Das schmale Büchlein von 124 Seiten hat schon viel Segen gestiftet. Daß es noch weiterhin vielen Lernenden und Forschern nützlich sein wird, daß überhaupt *Reinhold Müllers* kinematisches Lebenswerk für die Praxis der Getriebelehre längst noch nicht ausgeschöpft ist und noch weit in die Zukunft wirken wird, diese Gewißheit mag eines der schönsten Geburtstagsgeschenke für den 80 jährigen Meister der theoretischen Kinematik sein.

Veröffentlichungen von Reinhold Müller

[1] Beziehungen zwischen Meridian- und Konturkurve orthogonal dargestellter Rotationsflächen, Z. Math. Physik 21 (1876), S. 265 bis 277.

[2] Über Selbsthüllkurven und Selbsthüllflächen in ähnlich-veränderlichen Systemen, Z. Math. Physik 22 (1877), S. 369 bis 376.

[3] Über eine ein-zweideutige Verwandtschaft, Diss. Phil. Fak. Univ. Leipzig, Dresden 1883: B. G. Teubner, 54 S.

[4] Über die Doppelpunkte der Koppelkurve, Z. Math. Physik 34 (1889), S. 303 bis 305.

[5] Über die Doppelpunkte der Koppelkurve, Z. Math. Physik 34 (1889), S. 372 bis 375.

[6] Über die Gestaltung der Koppelkurven für besondere Fälle des Kurbelgetriebes, Z. Math. Physik 36 (1891), S. 11 bis 20.

[7] Über die Doppelpunkte der Koppelkurve, Z. Math. Physik 36 (1891), S. 65 bis 70.

[8] Über die Krümmungsmittelpunkte der Bahnkurven in ebenen ähnlich-veränderlichen Systemen, Z. Math. Physik 36 (1891), S. 129 bis 137.

[9] Über die Krümmung der Bahnevoluten bei starren ebenen Systemen, Z. Math. Physik 36 (1891), S. 193 bis 205.

[10] Konstruktion der Krümmungsmittelpunkte der Hüllbahnevoluten bei starren ebenen Systemen, Z. Math. Physik 36 (1891), S. 257 bis 266.

[11] Über die Bewegung eines starren ebenen Systems durch fünf unendlich benachbarte Lagen, Z. Math. Physik 37 (1892), S. 129 bis 150.

[12] Konstruktion der *Burmester*schen Punkte für ein ebenes Gelenkviereck. Erste Mitteilung, Z. Math. Physik 37 (1892), S. 213 bis 217.

[13] Konstruktion der *Burmester*schen Punkte für ein ebenes Gelenkviereck. Zweite Mitteilung, Z. Math. Physik 38 (1893), S. 129 bis 147.

[14] Über eine gewisse Klasse von übergeschlossenen Mechanismen, Z. Math. Physik 40 (1895), S. 257 bis 278.

[15] Konstruktion der Fokalkurve aus sechs gegebenen Punkten, Z. Math. Physik 40 (1895), S. 337 bis 352.

[16] Über die doppelpunktige Fokalkurve, Z. Math. Physik 41 (1896), S. 62 bis 64.

[17] Über die angenäherte Geradführung durch das ebene Gelenkviereck, Nachr. Ges. Wissensch. Göttingen 1897, S. 13 bis 16.

[18] Beiträge zur Theorie des ebenen Gelenkvierecks, Festschr. Herzogl. Techn. Hochsch. Carolo-Wilhelmina 69. Versamml. Deutscher Naturf. u. Ärzte, Braunschweig 1897: Fr. Vieweg u. Sohn, S. 41 bis 84.

[19] Beiträge zur Theorie des ebenen Gelenkvierecks, Z. Math. Physik 42 (1897), S. 247 bis 271.

[20] Über die angenäherte Geradführung mit Hilfe eines ebenen Gelenkvierecks, Z. Math. Physik 43 (1898), S. 36 bis 40.

[21] Besprechung von *Gabriel Koenigs*. Leçons de cinématique, Hist.-lit. Abt. Z. Math. Physik 43 (1898), S. 70 bis 74.

[22] Leitfaden für die Vorlesungen über darstellende Geometrie an der Herzoglichen Technischen Hochschule zu Braunschweig, Braunschweig: Fr. Vieweg u. Sohn, 1. Aufl. 1899, VII u. 88 S., 20 Abb.; 2. Aufl. 1903, VIII u. 95 S., 24 Abb.; 3. Aufl. 1917, IV u. 179 S., 240 Abb.; 4. Aufl. 1922, IV u. 179 S., 240 Abb.

[23] Die Koppelkurve mit sechspunktig berührender Tangente, Z. Math. Physik 46 (1901), S. 330 bis 342.

[24] Besprechung von *Robert Haußner*, Darstellende Geometrie von *Gaspard Monge*, Z. Math. Physik 46 (1901), S. 259.

[25] Besprechung von *John Schröder*, Darstellende Geometrie, Erster Teil, Z. Math. Physik 46 (1901), S. 386.

[26] Besprechung von *Heinrich Weiß*, Grundsätze der Kinematik, Z. Math. Physik 46 (1901), S. 491 bis 493.

[27] Über einige Kurven, die mit der Theorie des ebenen Gelenkvierecks in Zusammenhang stehen, Abh. Math., Physik, Chemie, beschr. Naturwiss., Festschr. 70. Geburtst. *Richard Dedekind*, Braunschweig 1901: Fr. Vieweg u. Sohn, S. 37 bis 69.

[28] Zur Theorie der doppelt gestreckten Koppelkurve: Die „Krümmung" der Kurve in den Punkten mit sechspunktig berührender Tangente, Z. Math. Physik 48 (1903), S. 208 bis 219.

[29] Zur Lehre von der Momentanbewegung eines starren ebenen Systems: Eine Eigenschaft der *Burmester*schen Punkte, Z. Math. Physik 48 (1903), S. 220 bis 223.

[30] Über einige Kurven, die mit der Theorie des ebenen Gelenkvierecks im Zusammenhang stehen, Z. Math. Physik 48 (1903), S. 224 bis 248.

[31] Besprechung von *R. Haußner*, Darstellende Geometrie, Erster Teil, Z. Math. Physik 48 (1903), S. 502 bis 503.

[32] Besprechung von *H. Sicard*, Traité de cinématique théorique, Z. Math. Physik 49 (1903), S. 102 bis 103.

[33] Besprechung von *D. Tessari*, La costruzione degli ingranaggi, Z. Math. Physik 49 (1903), S. 103 bis 104.

[34] Die Ausbildung der malerischen Perspektive im Zeitalter der italienischen Frührenaissance, Herzogl. Techn. Hochsch. Carolo-Wilhelmina Braunschweig, Rektoratsübergabe 2. 11. 1906, Braunschweig 1906: Fr. Vieweg u. Sohn, S. 7 bis 24.

[35] Über die Momentanbewegung eines starren ebenen Systems, Z. Math. Physik 54 (1907), S. 96 bis 102.

[36] Polbestimmung für Verzweigungslagen bei der Bewegung eines ebenen ähnlich-veränderlichen Systems in seiner Ebene (Vortrag, gehalten auf der Naturforscherversammlung in Stuttgart), Z. Math. Physik 55 (1907), S. 141 bis 143.

[37] Die geometrische Reliefperspektive in ihrer Anwendung auf die Werke der bildenden Kunst, Rede Geburtst. Großherz. Ernst Ludwig 25. 11. 1907, Darmstadt 1908: J. C. Herbertsche Hofbuchdruckerei Nachf. Dr. Adolf Koch, 21 S.

[38] Erzeugung der Koppelkurve durch ähnlich-veränderliche Systeme, Z. Math. Physik 58 (1910), S. 247 bis 251.

[39] Über die Momentanbewegung eines ebenen ähnlich-veränderlichen Systems in seiner Ebene, Jber. dtsch. Math.-Vereingg. 19 (1910), S. 29 bis 89.

[40] Über die Momentanbewegung eines ebenen ähnlich-veränderlichen Systems bei unendlich fernem Pol, Jber. dtsch. Math.-Vereingg. 19 (1910), S. 147 bis 154.

[41] Über die Anfänge und über das Wesen der malerischen Perspektive, Übergabe Rektorat Großherzogl. Techn. Hochsch. Darmstadt 21. 10. 1913, Darmstadt 1913: Heedt & Ganss G. m. b. H., S. 14 bis 35.

[42] Über die Anfänge und das Wesen der malerischen Perspektive (Aus der Rektoratsrede vom 21. 10. 1913), Jber. dtsch. Math.-Vereingg. 23 (1914), S. 406 bis 418.

[43] *Ludwig Burmester*, Jber. dtsch. Math.-Vereingg. 39 (1930), S. 1 bis 21.

[44] Einführung in die Theoretische Kinematik, insbesondere für Studierende des Maschinenbaues, der Elektrotechnik und der Mathematik, Berlin 1932: Julius Springer, VII u. 124 S., 137 Abb.

[S 3122]