JAHRESBERICHT DER DEUTSCHEN MATHEMATIKER VEREINIGUNG

Engel

HERAUSGEBER: L. BIEBERBACH
O. BLUMENTHAL / G. FABER

39. BAND
5.–8. HEFT

Sonderabdruck

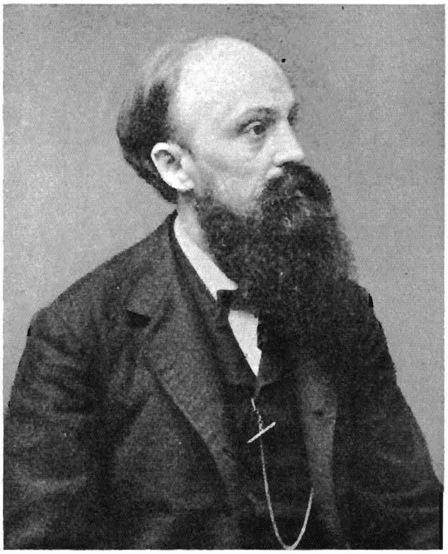
1930
BERLIN / B. G. TEUBNER / LEIPZIG

Sonderabdruck aus dem
Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. XXXIX. 1930. Heft 5/8.
Verlag und Druck von B. G. Teubner in Leipzig.

Wilhelm Killing.[1])

Von Friedrich Engel in Gießen.

Mit einem Bildnis.



Wilhelm Killing.

Killing ist geboren am 10. Mai 1847 in Burbach, Kr. Siegen, Westfalen. Sein Vater (geb. 1812, gest. 1898) war dort Gerichtssekretär, kam 1850 nach Medebach, Kreis Brilon, und wurde dann Bürgermeister, 1860 in Winterberg, 1862 in Rüthen. Seine Mutter Katharina war eine geb. Kortenbach (1815 bis 1883).

Killing besuchte zunächst Elementarschulen und genoß vom November 1856 ab außerdem Privatunterricht erst bei dem Kaplan Schrage in Medebach, dann bei Kaplan Wurm in Winterberg. Merkwürdigerweise galt seine Liebe damals dem Unterricht in den alten Sprachen, die Geometrie war ihm sogar längere Zeit verhaßt, und die Algebra ließ ihn kalt.

Im Herbste 1860 kam er in die Obertertia des Gymnasiums zu Brilon. Der mathematische Unterricht des Oberlehrers Harnischmacher weckte hier bald seine Begabung und Neigung für dieses Fach. Die planimetrischen Konstruktionsaufgaben begründeten seine Liebe zur Mathematik. Schon in der Untersekunda entschied er sich dafür, Mathematiker zu werden, aber ohne daß dadurch seine Leistungen in den anderen Schulfächern beeinträchtigt wurden. Für seine mathematischen Studien hatte er infolgedessen zu Hause wenig Zeit übrig, dafür mußten die Schulstunden ausreichen, wo er, mit Harnischmachers Zustimmung, am Unterricht selbst kaum teilnahm, sondern sich mit seinen eigenen Sachen beschäftigte. Doch ging er erst im letzten Halbjahr der Oberprima über das Gymnasialpensum hinaus,

1) In kürzerer Fassung und ohne das Schriftenverzeichnis im Deutschen biographischen Jahrbuche. Bd. 5, Jahrgang 1923, S. 217—224.

indem er Eulers Introductio und Naviers Differential- und Integralrechnung las. Dieses letztere Werk machte ihm allerdings gewaltige Mühe, doch gelang es ihm wenigstens, ohne weiteren Lehrer, die Elemente der Differentialrechnung zu bewältigen. Seiner Dankbarkeit für Harnischmacher hat er später in dem seiner Dissertation beigegebenen Lebenslaufe Ausdruck verliehen und diese Arbeit seinem verehrten Lehrer gewidmet.

Nach ganz vorzüglich bestandener Reifeprüfung bezog er im Herbst 1865 die Akademie zu Münster. Die Mathematik wurde dort nur von dem Astronomen Eduard Heis vorgetragen, dessen Unterricht nicht einmal das Notdürftigste bot. Killing war daher während der vier Semester, die er in Münster zubrachte, im Grunde ganz auf Privatstudien angewiesen. Vor allem fesselten ihn Plückers in Buchform erschienene Werke, die er mehrmals aufs genaueste durcharbeitete. Doch wurde seine Produktivität dadurch noch nicht erweckt; er versuchte zwar, über den Inhalt dieser Werke hinauszugehen, entwickelte aber, wie er selbst später einsah[1]), nur Beispiele zu den von Plücker vollständig durchgeführten Theorien. Eine wesentliche Ergänzung boten ihm die Schriften von Hesse. Außerdem vertiefte er sich besonders in die Disquisitiones arithmeticae von Gauß.

Im Herbst 1867 siedelte er nach Berlin über, wo er in Kummer, Weierstraß und Helmholtz die Lehrer fand, die ihm bisher gefehlt hatten. Doch unterbrach er seine Studien nach vier Semestern, weil man in Rüthen seiner bedurfte. Die dortige, bisher von einem Geistlichen geleitete Rektoratsschule drohte nämlich einzugehen, und er ließ sich bewegen, die Rettung der kleinen Unterrichtsanstalt zu übernehmen. Längere Zeit gab er bis zu 36 Stunden in der Woche und unterrichtete in sämtlichen Fächern, auch in Religion. Nachdem sich die Verhältnisse in Rüthen geklärt hatten, ließ er sich im Sommer 1871 wieder an der Universität Berlin immatrikulieren, wo er namentlich an den von Kummer und Weierstraß geleiteten Übungen im mathematischen Seminare teilnahm. Am 14. März 1872 promovierte er ebenda mit einer von Weierstraß angeregten Arbeit: „Der Flächenbüschel zweiter Ordnung". Er hatte zu diesem Zwecke sogar zwei Arbeiten eingereicht, unter denen die Fakultät die genannte auswählte.[2])

1) In Aufzeichnungen, die er selbst in seinen letzten Lebensjahren für seine Familie gemacht hat, spricht er das aus und erwähnt als Gegensatz die außergewöhnlich befruchtende Einwirkung, die Plückers Schriften auf Lie ausgeübt haben.

2) Das Thema der zweiten lautete: „Die kürzeste Linie auf dem dreiachsigen Ellipsoide, die durch zwei Nabelpunkte hindurchgeht". Es war früher von der Fakultät als Preisaufgabe gestellt worden, ohne eine genügende Bearbeitung zu finden.

In der Prüfung für das höhere Lehramt, die er nachher ablegte, erwarb er die Lehrbefähigung für Mathematik und Physik in allen Klassen, für Latein und Griechisch in den unteren Klassen eines Gymnasiums. Sein pädagogisches Probejahr legte er 1873—74 am Friedrichs-Werderschen Gymnasium in Berlin ab und war dann an dem katholischen Progymnasium ebenda tätig. Im Jahre 1878 wurde er kommissarischer, am 1. Juli 1879 ständiger dritter Oberlehrer an dem Gymnasium zu Brilon, dessen Schüler er gewesen war. Hauptsächlich der Empfehlung von Weierstraß hatte er es zu verdanken, daß er im Herbst 1882 als ordentlicher Professor an das Lyceum Hosianum in Braunsberg in Ostpreußen berufen wurde. Endlich kam er 1892 als ordentlicher Professor der Mathematik an die Akademie zu Münster in seiner Heimat Westfalen. Dort hat er bis zu seinem Tode gewirkt.

Während seiner Berliner Studienzeit hatte er den damaligen Juristen, späteren Theologieprofessor und Prälaten Dr. Ernst Commer zum Freunde gewonnen. Von diesem war er in das Haus seines Vaters, des bekannten Professors und Mitglieds der Akademie der Künste Franz Commer († 1889) eingeführt worden und lernte dort in der ältesten Tochter des Hauses, Anna Commer, seine spätere Lebensgefährtin kennen. Er verlobte sich 1873 mit ihr, die Hochzeit fand am 13. Mai 1875 in der Propsteikirche zu St. Hedwig statt. Aus dieser überaus glücklichen Ehe gingen vier Söhne und drei Töchter hervor. Leider starben zwei der Söhne im zarten Kindesalter, den dritten Sohn Josef, der musikalisch hochbegabt war, raffte 1910 eine tückische Krankheit in der Blüte der Mannesjahre dahin, und der letzte, Max, wurde im Oktober 1918 ein Opfer des Weltkriegs. Er war als Kavallerist und Anführer einer Meldereitertruppe ins Feld gezogen, hatte später als Artillerieoffizier schwere Kämpfe mitgemacht und starb an der Grippe in einem Metzer Lazarett.

Killings Leben, das äußerlich einfach verlaufen ist, war ein Leben unausgesetzter Arbeit. Obwohl er es jederzeit mit den Pflichten, die ihm sein Amt auferlegte, äußerst ernst nahm, und obgleich er vielfach noch zu Arbeiten in Anspruch genommen wurde, die weder mit seinem Amte noch mit Wissenschaft etwas zu tun hatten, hat er doch auf dem Gebiete seiner Wissenschaft, der Mathematik, eine erstaunliche produktive Tätigkeit entfaltet und wirklich Neues hervorgebracht, so daß sein Name in der Geschichte der Mathematik fortleben wird.

Als Gymnasiallehrer in Brilon hatte er z. B. im Jahre 1880 in Prima und Sekunda den gesamten Unterricht in Mathematik und Physik zu erteilen, je sechs Stunden, ferner in Tertia vier Stunden Mathematik, zwei Deutsch und zwei Naturwissenschaften, endlich in Quarta drei Stunden Rechnen. Aber bei seiner Lehrbegabung fand er doch noch Zeit und Kraft, seine schon früher begonnenen Untersuchungen fortzusetzen und mehrere Abhandlungen zu veröffentlichen.

In Braunsberg warteten seiner Aufgaben ganz anderer Art. Er hielt fast jedes Jahr eine große Vorlesung über Übereinstimmung der Naturgesetze mit der göttlichen Offenbarung, und zwar tat er das augenscheinlich gern, denn er hat mehrmals im Sommer sechsstündig darüber gelesen und schloß dann im Winter eine zweistündige Fortsetzung an. Außerdem kündigte er an: Botanik, Anfangsgründe der Chemie, ausgewählte Kapitel der Optik, Differential- und Integralrechnung, analytische Geometrie, populäre Astronomie, Geschichte der Mathematik, mathematische und philosophische Fragen. Daneben betrauten ihn seine Kollegen zweimal mehrere Jahre hintereinander mit der Würde des Rektors, zugleich aber war er viele Jahre lang Mitglied, ja Vorsitzender des Stadtverordnetenkollegiums von Braunsberg. Also an Arbeit, amtlicher und außeramtlicher, fehlte es ihm nicht.

Eine Lehrtätigkeit, die ihn als Mathematiker befriedigt hätte, konnte er freilich in Braunsberg nicht ausüben, auch hatte er dort niemanden, bei dem er auf dem Gebiete seiner Wissenschaft Anregung hätte finden können. Gleichwohl sind gerade die Braunsberger Jahre für ihn die fruchtbarsten geworden.

Um so eifriger widmete er sich seiner Lehrtätigkeit, als ihm endlich in Münster die Stellung zuteil wurde, die ihm gebührte. Da er es für seine Pflicht hielt, die Studenten möglichst vielseitig auszubilden, sah er sich genötigt, über eine ganze Reihe von Gebieten vorzutragen, die ihm bisher ferngelegen hatten. Er scheute aber keine Mühe, sich auch mit diesen vertraut zu machen. Zum Beispiel arbeitete er sich in Zahlentheorie, Geodäsie, darstellende Geometrie ein, aber auch in ganz moderne Theorien wie die Integralgleichungen. Er war unermüdlich, durch mündliche und schriftliche Übungen bei seinen Zuhörern das Verständnis des Vorgetragenen zu fördern und zu vertiefen. Als er bei den mündlichen Prüfungen merkte, daß es den älteren Studenten gerade an den Kenntnissen fehlte, die er für unbedingt erforderlich hielt, da richtete er in einem Gasthause besondere Wiederholungskurse für Prüfungskandidaten ein. Diese fanden jeden Sonnabend abends statt und erfreuten sich des regsten Beifalls; sie klangen oft nach Stunden angestrengter Arbeit in ein fröhliches Zusammensein aus nach studentischer Weise. Ganz besondere Mühe gab er sich mit seinen Doktoranden, deren Ausarbeitungen er immer wieder mit der größten Geduld durchging. So kann es nicht wundernehmen, daß seine Schüler ihm unauslöschliche Dankbarkeit bewahrten und bei seinem silbernen und bei dem goldenen Doktorjubiläum sowie bei seinem siebzigsten Geburtstage ihrem Danke sinnigen Ausdruck verliehen. Diese Anhänglichkeit seiner Schüler hat ihm den Lebensabend ganz wesentlich verschönt.

Aber auch sonst hatten die Studenten, und zwar nicht bloß seine Schüler, an ihm einen väterlichen Freund und Berater. Er fand dazu reichliche Gelegenheit als langjähriges Mitglied der Stundungs- und Stipendienkommission. Während seines Rektorats wußte er ein besonders herzliches Verhältnis zu der Studentenschaft herzustellen, selbst zu solchen Korporationen, deren Ziele ihm eigentlich nicht zusagten. In diesem Amte war er die verkörperte Gewissenhaftigkeit und tat, durch und durch konservativ, wie er war, keinen wichtigeren Schritt, ohne sich vorher des Einverständnisses der vorgesetzten Behörde versichert zu haben.

Killing war stolz darauf, ein Schüler von Weierstraß zu sein. Zeitlebens bewahrte er für diesen seinen Lehrer die höchste Dankbarkeit und Verehrung. Als Weierstraß im Februar 1897 gestorben war und Killing am 15. Oktober desselben Jahres das Rektorat der damaligen Akademie Münster antrat, benutzte er diese Gelegenheit, um in einer pietätvollen, warmempfundenen Rede den heimgegangenen Meister zu feiern.

K.s erste Veröffentlichung, seine Dissertation von 1872, bewegt sich ganz im Weierstraßschen Gedankenkreise. Auf Grund der von seinem Lehrer geschaffenen Theorie der Elementarteiler gibt er eine erschöpfende Klassifikation der Büschel von Flächen zweiter Ordnung und stellt Normalformen für die einzelnen Fälle auf. Das Problem war zwar schon vorher von Lüroth behandelt worden, aber dieser hatte, weil ihm die Theorie der Elementarteiler noch nicht bekannt war, einen der möglichen Fälle übersehen. Auf den Theorien von Weierstraß beruht auch die von K. gegebene Darstellung der Schnittkurve zweier Flächen zweiter Ordnung durch Sigmafunktionen.

Auch K.s Beschäftigung mit den Grundlagen der Geometrie geht allem Anscheine nach auf eine Anregung von Weierstraß zurück. Im Sommer 1872 hielt nämlich Weierstraß im mathematischen Seminare der Universität Berlin eine Reihe von Vorträgen über diese Frage. Auf K., der unter den Zuhörern war, müssen diese Vorträge einen ungewöhnlichen Eindruck gemacht haben. Er lernte da in den Weierstraßschen Koordinaten ein Werkzeug kennen, das zur eleganten analytischen Behandlung der nichteuklidischen Geometrieen ganz besonders geeignet ist. Andererseits wurde er, wie er selbst berichtet, darauf hingewiesen, daß vor allem eine rein geometrische

Begründung anzustreben sei. Wolle man aber von der Betrachtung der n-fach ausgedehnten stetigen Mannigfaltigkeit ausgehen, so könne man den Begriff der Abstandsfunktion hinzunehmen. Weierstraß gab deren charakteristische Eigenschaften an und forderte dazu auf, die allgemeine analytische Form für eine solche Funktion aufzusuchen.

Es ist ja möglich, daß K. schon vorher über die Grundlagen der Geometrie nachgedacht hatte. Jedenfalls gaben erst die Vorträge von Weierstraß den Anstoß dazu, daß sich K. ganz der Behandlung dieser Frage widmete, ja seine Lebensaufgabe daraus machte. Aber sie haben auch nur den Anstoß dazu gegeben. K. war ein viel zu selbständiger Denker, als daß er sich auf die von Weierstraß angegebene Richtung beschränkt hätte. Er ging zwar zunächst von den Räumen aus, in denen es eine Abstandsfunktion gibt, aber er sah sich durch die Weiterentwicklung seiner Gedanken genötigt, darüber hinauszugehen und viel allgemeinere Raumformen in Betracht zu ziehen.

Ich kann hier nicht auf die einzelnen Abhandlungen eingehen, in denen K. die Untersuchungen über die damals bekannten nichteuklidischen Räume weiterführte und vertiefte. Dagegen muß ich einiges über die Ideen sagen, die ihn über die von Weierstraß angedeuteten Fragen hinausführten. Die ersten Ansätze dazu finden sich in einer kurzen Abhandlung: „Grundbegriffe und Grundsätze der Geometrie", die 1880 in dem Osterprogramme des Gymnasiums zu Brilon erschienen ist. Aber erst in der Abhandlung: „Erweiterung des Raumbegriffs", die als Beilage zu dem Vorlesungsverzeichnisse des Braunsberger Lyzeums für das Winterhalbjahr 1884—85 erschienen ist, setzte er seine neuen Ideen wirklich auseinander. Wie er mir im November 1885 schrieb, stammen die darin enthaltenen Untersuchungen eigentlich schon aus den Jahren 1877 und 78.

K. geht aus von einem Raume, in dem ein Körper kontinuierliche Bewegungen ausführen kann. Er betrachtet zwei verschiedene Lagen M und P eines Körpers I und setzt voraus, daß es zwischen M und P eine „Mittellage" N gibt, die folgendermaßen definiert ist: Man denke sich einen mit I festverbundenen Körper K, der sich in N befindet, sobald I mit M zusammenfällt. Dieser Körper gelangt dann nach P, wenn I die Mittellage N einnimmt. Durch unbegrenzt oft wiederholte Bildung von Mittellagen gelangt K. zu dem Begriffe der unendlich kleinen Bewegung. Ganz von selber ergibt sich dann, daß aus mehreren unendlich kleinen Bewegungen eine lineare Schar von solchen zusammengesetzt werden kann, und nunmehr darf man die Definition aufstellen: „Eine Raumform hat m Grade der Beweglichkeit, wenn sich alle in ihr möglichen unendlich kleinen Bewegungen aus m von ihnen, aber nicht aus weniger zusammensetzen lassen." Dabei ergibt sich aber, daß die m unendlich kleinen Bewegungen keineswegs willkürlich wählbar, sondern an gewisse Bedingungen gebunden sind. Diese Bedingungen haben die Form von Differentialgleichungen, in denen gewisse numerische Konstanten auftreten, die ihrerseits zwar von der Auswahl der m unendlich kleinen Bewegungen abhängig sind, im übrigen aber eine charakteristische Eigenschaft der betreffenden Raumform darstellen. Endlich ergibt sich, daß diese Konstanten durch gewisse Relationen ersten und zweiten Grades verknüpft sind.

K. war hiermit, ohne es zu wissen, zu den Anfängen einer Theorie gelangt, die der norwegische Mathematiker Sophus Lie damals bereits zu großer Vollkommenheit entwickelt hatte. Die unendlich kleinen Bewegungen waren nichts anderes als die infinitesimalen Transformationen, die Lie schon seit 1869 mit so großem Erfolge verwertet hatte. Die m unendlich kleinen Bewegungen waren ebensoviele infinitesimale Transformationen, die Lie durch m Symbole:

$$X_k(f) = \sum_i^{1\ldots n} \xi_{ki}(x_1, \ldots, x_n)\frac{\partial f}{\partial x_i} \qquad (k = 1, \ldots, m)$$

ausdrückte und die im Sinne Lies von einander unabhängig waren, das heißt, die m Ausdrücke $X_k(f)$ waren durch keine lineare homogene Relation mit konstanten Koeffizienten verknüpft. Die Beziehungen schließlich, die zwischen den m unendlich kleinen Bewegungen bestehen mußten, waren Lies berühmte Relationen

$$(X_i X_k) = X_i(X_k(f)) - X_k(X_i(f)) = \sum_s^{1\ldots m} c_{iks} X_s f$$
$$(i, k = 1, \ldots, m),$$

wo die Konstanten c_{iks} einerseits die linearen Gleichungen: $c_{iks} + c_{kis} = 0$ erfüllen, andererseits die aus der Jacobischen Identität folgenden Relationen zweiten Grades

$$\sum_\nu^{1\ldots m} (c_{ik\nu}c_{\nu js} + c_{kj\nu}c_{\nu is} + c_{ji\nu}c_{\nu ks}) = 0$$
$$(i, k, j, s = 1, \ldots, m).$$

K.s Raum von m Graden der Beweglichkeit war daher nichts anderes als eine m-gliedrige kontinuierliche Transformationsgruppe, die im Sinne Lies von m unabhängigen infinitesimalen Transformationen erzeugt war, und die charakteristischen Konstanten c_{iks} des Raumes bestimmten im Sinne Lies die Zusammensetzung dieser Gruppe.

Durch Felix Klein wurde K. auf diesen Zusammenhang mit Lies älteren Theorien hingewiesen und lernte nunmehr erst die Abhandlungen kennen, die Lie seit 1874 darüber veröffentlicht hatte. Obwohl damals noch keine systematische Darstellung von Lies Theorien vorlag, mußte K. doch sofort den ungeheuren Vorsprung bemerken, den Lie in der Entwicklung der ganzen Theorie vor ihm voraus hatte, ganz abgesehen von der Überlegenheit, die Lie schon durch die Verwendung des Symbols für die infinitesimalen Transformationen besaß. In unmittelbaren Wettbewerb mit Lie zu treten, war auf den meisten Gebieten der Theorie aussichtslos. Es fand sich aber doch eine Stelle, wo K. hoffen durfte, wirklich Neues schaffen zu können. Er hatte nämlich schon, bevor er mit Lies Arbeiten bekannt wurde, einen Plan gefaßt, der in Lies Ausdrucksweise darauf hinauskam, die möglichen Zusammensetzungen der m-gliedrigen Transformationsgruppen zu untersuchen. Das sollte der erste Schritt sein, den er tun wollte, um die möglichen Raumformen überblicken zu können. Nun hatte Lie zwar auch schon, wenigstens für kleine Werte von m, derartige Untersuchungen angestellt und hatte durch seine Methoden eine Reihe von allgemeinen und von speziellen Sätzen über die Zusammensetzung der Gruppen gewonnen. Aber die allgemeine Theorie der Zusammensetzung hatte er nicht ernstlich in Angriff genommen, weil ihm diese Aufgabe wegen ihres rein algebraischen Inhalts nicht lag. Hier war nun K. durch seine Schulung in Berlin viel besser vorbereitet, und er zögerte nicht, das allgemeine Problem in Angriff zu nehmen.

Der Erfolg blieb nicht aus, obgleich auch K., wie er mir mehrmals schrieb, diese Untersuchungen nicht mit besonderer Liebe, ja sogar recht unlustig betrieb und nur durch die Hoffnung, etwas zu erreichen, was der aufgewandten Mühe wert wäre, davon abgehalten wurde, die Sache aufzugeben. Namentlich gelang ihm die Lösung einer Aufgabe, die damals noch ziemlich unzugänglich erschien, der Aufgabe nämlich, alle Zusammensetzungen zu bestimmen, die eine einfache Gruppe haben kann, das heißt, eine Gruppe, die keine invarianten Untergruppen enthält. Bereits in einem Briefe vom 18. Oktober 1887 konnte er mir mitteilen, daß er diese überaus wichtige Aufgabe vollständig gelöst hatte.

Durch Lie war festgestellt, daß es drei große Klassen von einfachen endlichen kontinuierlichen Gruppen gibt. Jede dieser Klassen umfaßt unendlich viele verschiedene Zusammensetzungen, aber jede solche Zusammensetzung ist durch die Gliederzahl der betreffenden Gruppe vollständig bestimmt. Bei seinen allgemeinen Untersuchungen fand nun K. nicht nur diese drei Klassen wieder, sondern er stellte überdies fest, daß es außerdem nur noch eine endliche, ziemlich kleine Anzahl, nämlich nur noch sechs Zusammensetzungen einfacher Gruppen gibt.

Dieses ebenso schöne wie überraschende Ergebnis ist ein unvergänglicher Ruhmestitel K.s. Er hat es nebst vielen andern allgemeinen Sätzen in vier Abhandlungen bewiesen, die 1888—90 in Band XXXI bis XXXVI der Mathematischen Annalen erschienen sind.

Es darf freilich nicht verschwiegen werden, daß die Darstellung in diesen Abhandlungen an nicht wenigen Stellen sowohl in bezug auf die Klarheit als auch in bezug auf die Schärfe der Beweise zu wünschen übrig läßt. Élie Cartan hat später bei einer Nachprüfung der K.-schen Untersuchungen festgestellt, daß eine Anzahl von K.s Sätzen nicht vollständig bewiesen ist und daß einige in der Fassung, die ihnen K. gegeben hat, nicht aufrechterhalten werden können. Aber die Hauptsache, das Ergebnis über die Zusammensetzung der einfachen Gruppen, hat sich vollständig bestätigt. Nur in einem Punkte ergab sich eine Berichtigung. Von den sechs Zusammensetzungen, die es nach K. außer den drei Lieschen Klassen von Zusammensetzungen gibt, sind zwei nicht von einander verschieden, so daß also in Wahrheit nur fünf solche Zusammensetzungen zu unterscheiden sind. Der Wert von K.s Leistung wird durch dieses unbedeutende Versehen nicht im geringsten beeinträchtigt, um so weniger, als die schönen und originellen Methoden, die K. zur Erreichung seines Ziels entwickelt hat, ganz unberührt bleiben.

Zu bedauern ist dagegen, daß K. bei der Wahl gewisser Benennungen und bei der Erwähnung von Lies älteren Untersuchungen nicht achtsam genug war und dadurch in einen gewissen Gegensatz zu Lie geriet. Zum Beispiel die Relationen: $(X_i X_k) = \Sigma c_{iks} X_s(f)$, die Lie mit Recht als sein eigenstes Eigentum betrachtete, nannte K. lange Zeit die Jacobischen Relationen. Noch unangenehmer berührt war Lie, als K. 1892 im 109ten Bande des Crelleschen Journals eine große Abhandlung: „Über die Grundlagen der Geometrie" veröffentlichte. K. bestimmte nämlich darin durch eine von Lie stammende Methode gewisse kontinuierliche Gruppen, die eine Mongesche Gleichung zweiten Grades invariant lassen, ohne auch nur zu erwähnen, daß Lie dieses Problem bereits 1886 erledigt hatte. Bei K.s Gewissenhaftigkeit und vornehmer Gesinnung und bei seinem sonst überall beobachteten Bestreben, alle erforderlichen Rücksichten zu nehmen, ist es eigentlich unbegreiflich, daß ihm eine solche Unachtsamkeit hat unterlaufen können. Andrerseits ließ sich Lie in seiner Empfindlichkeit zu Äußerungen hinreißen, die namentlich in seinen Briefen an K. von unerhörter Schärfe waren und die nur aus dem krankhaften Zustande erklärlich sind, in dem er sich damals befand.

Die ersten Jahre in Braunsberg verwandte K. dazu, eine zusammenhängende Darstellung der bekannten und der von ihm neu ausgeführten analytischen Untersuchungen über die nichteuklidischen Raumformen zum Abschluß zu bringen. So erschien 1885 sein Buch: „Die nichteuklidischen Raumformen in analytischer Behandlung". Aus dem von ihm selbst herrührenden Inhalte dieses Buches will ich hier nur zwei Punkte erwähnen: Erstens darf K. wohl den Anspruch erheben, der erste gewesen zu sein, der betont hat, daß man zwei nichteuklidische Räume konstanter positiver Krümmung unterscheiden muß, den Riemannschen Raum und dessen Polarform, wie K. sie nennt, oder nach Felix Kleins Bezeichnung: den sphärischen und den elliptischen Raum. K. hatte diese Unterscheidung schon 1877 gemacht in einer Abhandlung, die 1879 im 86. Bande des Crelleschen Journals erschienen ist. Zweitens möchte ich auf das Verfahren hinweisen, das K. auf S. 4—12 seines Buches anwendet, um die trigonometrischen Formeln der nichteuklidischen Geometrie abzuleiten. Er gewinnt nämlich diese Formeln aus den Kongruenzaxiomen in Verbindung mit der Voraussetzung, daß im Unendlichkleinen die euklidische Geometrie gilt. Auch diese Ableitung hatte er schon 1880 in Bd. 89 des Crelleschen Journals veröffentlicht. K.s Verdienst wird dadurch nicht geschmälert, daß sich später herausgestellt hat, daß schon Gauß im Besitze einer solchen Ableitung war. Er hat sie auf einem Blatt von vier Oktavseiten gegeben, das sich in seinem Nachlaß vorgefunden hat, das freilich fast nur Formeln enthält. Die Bedeutung dieser Formeln enträtselt zu haben, ist das Verdienst von P. Stäckel (Siehe Gauß, Werke, Bd. VIII [1910], S. 255—264). Die übrigen Jahre in Braunsberg wurden in der Hauptsache durch K.s schon besprochene Untersuchungen über Zusammensetzung ausgefüllt. Es ist das die bei weitem fruchtbarste Zeit seines Lebens.

Mit der Übersiedlung nach Münster sind die wirklich produktiven Jahre in K.s Leben abgeschlossen. In Münster hat er zwar noch die Ernte der früheren Jahre unter Dach gebracht, indem er eine zweibändige „Einführung in die Grundlagen der Geometrie" veröffentlichte (1893 und 98), im übrigen aber beschränkte er sich fast ganz auf solche Veröffentlichungen, die durch seine Lehrtätigkeit veranlaßt wurden oder dem Unterricht in der Mathematik überhaupt dienen sollten. So entstand sein Lehrbuch der analytischen Geometrie in homogenen Koordinaten, zwei Bände, 1900, und im Vereine mit seinem Freunde Hovestadt das zweibändige „Handbuch des mathematischen Unterrichts" (1910 und 13), in dem er die Ergebnisse seiner langjährigen Lehrerfahrung niederlegte und zugleich die seiner wissenschaftlichen Studien, soweit sie für den Unterricht verwertbar waren.

Seine „Einführung" ist der erste Versuch, alle die verschiedenen Fragen, die sich an das Problem der Grundlagen der Geometrie geknüpft haben, im Zusammenhange zu beleuchten und alle die Hilfsmittel zu sammeln, die zahlreiche Mathematiker und nicht zum wenigsten der Verfasser selbst zur Erledigung des Problems geschaffen haben. Das Werk verfolgt also ganz andere Ziele als die 1882 erschienenen „Vorlesungen über neuere Geometrie" von Moritz Pasch, mit denen es sich weder in der Klarheit noch in der Schärfe der Darstellung messen kann. Obwohl seit jener Zeit gerade die Grundlagen der Geometrie durch Hilbert in ungeahnter Weise gefördert worden sind, behält K.s Werk doch bleibenden Wert. Es bildet noch heute eines der besten Hilfsmittel, um sich über die bis 1898 erschienenen Untersuchungen auf diesem Gebiete zu unterrichten, und es enthält außerdem so viele eigne Untersuchungen des Verfassers, daß man noch immer darauf wird zurückkommen müssen, auch wenn es als zusammenfassendes Werk durch andere Darstellungen überholt sein wird.

Für dieses Werk in Verbindung mit seinen übrigen Untersuchungen über nichteuklidische Geometrie, namentlich aber mit seinen Arbeiten über die Zusammensetzung der endlichen kontinierlichen Transformationsgruppen erhielt K. im November 1900 von der physiko-mathematischen Gesellschaft an der Universität Kasan den Lobatschefskijpreis. Es war die zweite Verleihung dieses Preises; bei der ersten im Jahre 1897 war der Preis Sophus Lie zugefallen. Die Anerkennung, die insbesondere auch hierin lag, bereitete K. große Freude und Genugtuung. In einem Briefe vom 14. Juni 1901 schrieb er mir: „Der Wunsch meiner Jugend, daß mein Leben nicht ganz unfruchtbar für die Mathematik sein möge, kann ja wohl als erfüllt betrachtet werden."

Nun noch einiges über K. als Menschen. Sein langjähriger Fachkollege in Münster, Professor von Lilienthal, hat ihm am 24. Februar 1923 in der Münsterschen Mathematischen Gesellschaft eine mir in seiner Niederschrift vorliegende Gedächtnisrede gehalten, die ich bereits ausgiebig verwertet habe und auch im folgenden zum Teil wörtlich benutze. Er erklärt, es sei keine leichte Aufgabe, die Persönlichkeit K.s zu schildern. Auf den Bergen des Sauerlandes, dem K. entstammte, hause kein leichtlebiges Geschlecht mit dem Herzen auf der Zunge. Verschlossenheit sei ein Grundzug K.s gewesen. Nie habe er über seine eigenen Arbeiten und Untersuchungen gesprochen, wohl aber mit der größten Geduld zugehört, wenn ihm andre von den ihrigen erzählten.

Ein prächtiger, ja fast klassisch schöner Kopf, umrahmt von einem langen, blonden Vollbarte, saß auf einem schmächtigen und doch widerstandsfähigen Körper. Aber hinter seinem ruhigen Äußeren verbarg sich ein vulkanisches Feuer, das sich plötzlich in heftigen Ergüssen Luft machen konnte.

Während seiner langjährigen Zugehörigkeit zur Philosophischen Fakultät in Münster zeigte sich selbstverständlich hie und da Änderung des Bestehenden notwendig. Fast stets trat K. als Gegner der Reform auf, zuweilen mit ganz unerwarteter Leidenschaftlichkeit, so namentlich bei der Abschaffung der öffentlichen Promotion und als es sich darum handelte, die Philosophie ihrer Eigenschaft als eines Pflichtfaches bei der Doktorprüfung zu entkleiden. Er sah nicht ein, daß die Prüfung in der Philosophie bei den meisten Kandidaten vollständig wertlos war. Ebenso konnte er gelegentlich bei Prüfungen geradezu aufbrausen, wenn er Antworten erhielt, die ihm nicht gefielen; doch führte das nachher regelmäßig zu einer besonders milden Beurteilung der Gesamtleistung des Prüflings.

War K. im mündlichen Verkehr zurückhaltend, ja sogar von einer gewissen Ungewandtheit in Rede wie Gegenrede, so handhabte er dafür die Feder mit um so größerer Leichtigkeit. Daher war er auch in seinen Briefen viel mitteilsamer, und ich besitze viele Briefe von ihm, in denen er eingehend über seine im Gange befindlichen Untersuchungen berichtet, sogar über bloße Vermutungen, die sich nachher nicht immer bestätigten.

Weit hinaus über den Kreis der ihm verwandtschaftlich oder beruflich Nahestehenden erstreckte sich seine Menschenliebe. Wo es galt, Not zu lindern, war er mit Rat und Tat bei der Hand. Es war eines Abends in Braunsberg, wo er bei dem kargen Gehalte mit seiner Familie in den bescheidensten Verhältnissen lebte, da klopften zwei Kinder an seine Tür. „Die Eltern sind tot, wo finden wir Brot?" Er nahm den Knaben zu sich ins Haus und brachte das Mädchen bei einer befreundeten Familie unter. Beide gediehen unter seiner väterlichen Leitung zu tüchtigen Menschen. In dem Vincenz-Josephverein zu Münster, der sich der Armen, besonders der verschämten, annimmt, spielte er lange Zeit eine führende Rolle, bis ihn seine Kräfte verließen. Das Franziskanerkloster am Hörsterplatze verlor in ihm seinen treuesten Berater und Freund. So war sein Wirken im Leben praktisches Christentum im besten Sinne.

Aufgewachsen in dem strengen westfälischen Katholizismus der fünfziger und sechziger Jahre des 19. Jahrhunderts, hielt K. die Weltflucht für das höchste dem Christen erreichbare Ziel. So hat er zwar wenig von der Welt gesehen, sich aber durch Vermittlung der Literatur eingehend über sie unterrichtet. Wie gut wußte er zum Beispiel in Rom Bescheid, ohne je einen Fuß in die ewige Stadt gesetzt zu haben.

In der klassischen Literatur war er wohl bewandert und vertiefte sich namentlich in den Ferien gern in die Werke der großen Meister. Dagegen hatte er für die zeitgenössische Literatur wenig übrig. Von den Künsten war er am meisten für die Musik empfänglich. Was ihn aber ganz erfüllte, war eine glühende Vaterlandsliebe. Wenige haben so wie er unter dem Zusammenbruch nach dem Kriege gelitten. Auch hier drehte er den Mantel nicht nach dem Winde, sondern blieb seiner Vergangenheit und sich selbst treu, indem er nach wie vor das Heil des Staates in einer starken Obrigkeit erblickte, nicht in der Herrschaft unberechenbarer und begehrlicher Massen.

Daß er in dem Leben in seiner Familie die höchste Befriedigung fand, ist nach alledem sehr begreiflich. Er hatte freilich, wie wir gesehen haben, gerade da viel Schweres durchzumachen. Wie oft kehrt in den Briefen, die ich aus Braunsberg von ihm erhalten habe, die Klage wieder, daß er in Sorge um seine Frau sei oder um eines seiner Kinder und daß ihm dadurch die Ruhe zur wissenschaftlichen Arbeit geraubt werde. Er selbst wurde jahrelang von einem unheilbaren Magenleiden gequält; er konnte dann tagelang nichts essen und hatte heftige Schmerzen. Anfang 1916 befiel ihn eine trockene Rippenfellentzündung, doch erholte er sich davon so gut, daß er während der nachfolgenden Kriegsjahre die mathematischen Vorlesungen an der Universität Münster allein übernehmen konnte und auch in den später eingelegten Zwischensemestern die Bedürfnisse der Kriegsteilnehmer befriedigte. Noch im Winterhalbjahre 1921—22 hielt er Vorlesungen. Da kam er im Januar 1922 bei Glatteis unglücklich zu Fall, mußte wochenlang liegen und dann schließlich die ihm so lieb gewordene Lehrtätigkeit ganz aufgeben. Er erholte sich aber wenigstens so weit, daß er am 14. März 1922 sein goldenes Doktorjubiläum feiern und die zahlreichen Gratulanten im Sessel sitzend empfangen konnte. Sein letztes Lebensjahr brachte er in großer Schwäche zu, zeitweilig sehr von seinem Leiden gequält. In der ersten Stunde des 11. Februar 1923 wurde er durch einen sanften Tod heimgerufen.

Schriftenverzeichnis.

1. Der Flächenbüschel zweiter Ordnung. Diss. Berlin 1872. 39 S. 8°.
2. Über zwei Raumformen mit konstanter positiver Krümmung. Mit Rücksicht auf die Abhandlung des Herrn Newcomb im 83. Bde. dieses Journals. Crelles Journal Bd. 86 (1879), S. 72—83. Datiert: Berlin, Dec. 1877.
3. Die Rechnung in den nichteuklidischen Raumformen. Ebd. Bd. 89 (1880), S. 265 bis 287. Datiert: Berlin, Dez. 1879.

4. Grundbegriffe und Grundsätze der Geometrie. Programm des Gymnasiums zu Brilon, Ostern 1880. 11 S. 4⁰.
5. Die Mechanik in den nichteuklidischen Raumformen. Programm Brilon, Ostern 1883. 10 S. 4⁰.
6. Über die nichteuklidischen Raumformen von n Dimensionen. Festschrift für das Gymnasium zu Brilon zum 23. 10. 1883. Braunsberg 1883, bei Huye.
7. Erweiterung des Raumbegriffes. Programm Braunsberg 1884. 19 S. 4⁰.
8. Die Mechanik in den nichteuklidischen Raumformen. Crelle Bd. 98 (1885), S. 1—49.
9. Die nichteuklidischen Raumformen in analytischer Behandlung. Leipzig 1885. XI u. 264 S. 8⁰.
10. Zur Theorie der Lieschen Transformationsgruppen. Programm Braunsberg 1886. 15 S. 4⁰.
11. Die Zusammensetzung der stetigen endlichen Transformationsgruppen.
   I. Math. Ann. Bd. 31 (1888), S. 252—290.
   II. Ebd. Bd. 33 (1888), S. 1—48.
   III. Ebd. Bd. 34 (1889), S. 57—122.
   IV. Ebd. Bd. 36 (1890), S. 161—189.
12. Über eine gewisse Determinante. Programm Braunsberg 1889. 14 S. 4⁰.
13. Erweiterung des Begriffes der Invarianten von Transformationsgruppen. Math. Ann. Bd. 35 (1890), S. 423—432.
14. Bestimmung der größten Untergruppen von endlichen Transformationsgruppen. Ebd. Bd. 36 (1890), S. 239—254.
15. Über die Clifford-Kleinschen Raumformen. Ebd. Bd. 39 (1891), S. 257—278.
16. Über die Grundlagen der Geometrie. Crelle Bd. 109 (1892), S. 121—186.
17. Zur projektiven Geometrie. Math. Ann. Bd. 43 (1893), S. 569—590.
18. Einführung in die Grundlagen der Geometrie. Bd. I. Paderborn 1893. X u. 357 S. 8⁰. Bd. II, ebd. 1898, VI u. 361 S. 8⁰.
19. Bemerkungen über die Transformationsgruppen vom Range Null. Programm Münster für das S.-H. 1895. 13 S. 4⁰.
20. Bemerkungen über Veroneses transfinite Zahlen. Programm Münster für das W.-H. 1895—96. 9 S. 4⁰.
20*. Über transfinite Zahlen. Math. Ann. Bd. 48 (1896), S. 425—432.
21. Karl Weierstraß. Rede, gehalten beim Antritt des Rektorats an der Kgl. Akademie zu Münster am 15. Okt. 1897. Auch abgedruckt in „Natur und Offenbarung", 43. Bd., Münster 1897. 21 S.
22. Lehrbuch der analytischen Geometrie in homogenen Koordinaten. I. Teil. Die ebene Geometrie. XIII u. 220 S. 8⁰. II. Teil. Die Geometrie des Raumes. VIII u. 361 S. 8⁰. Paderborn 1900.
23. Der Bau einer besonderen Klasse von Transformationsgruppen. Festschrift für Boltzmann. Leipzig 1904, S. 715—720.
24. Zusammen mit H. Hovestadt: Handbuch des mathematischen Unterrichts. I. Bd. VIII u. 456 S. 8⁰. Leipzig 1910. II. Bd. X u. 472 S. 8⁰. Ebd. 1913. Selbstanzeige von Bd. II. im Jahresbericht d. Deutschen Mathematikervereinigung Bd. 22 (1913), II. Abt., S. 148f.
25. Bemerkungen über die Ausbildung der Gymnasiallehrer. Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung Bd. 22 (1913), S. 20—34.
26. Die Grundbegriffe der Infinitesimalrechnung in ihrer Bedeutung für den Schulunterricht. Ztschr. für math. Unterr. Bd. 45 (1914), S. 5—19.
27. Bemerkungen zur nichteuklidischen Geometrie. Jahresbericht der D. M.-V. Bd. 31 (1922), II. Abt., S. 38—41.

Außerdem Besprechungen z. B. in Schlömilchs Zeitschrift für Mathematik u, Physik Bd. 27, 31, 33.

Außer der schon erwähnten Gedächtnisrede von Lilienthals habe ich noch drei Schriften des Paters Prosper Oellers benutzt:

Seraphisches Leben. 2. Wilhelm Killing. Ein Universitätsprofessor im Tertiarenkleide. Franziskusdruckerei, Werl i. W. 1925. 70 S. Kleinoktav.

Religiöse Quellenschriften. Heft 53. Wilhelm Killing, bei L. Schwann, Düsseldorf 1929. 50 S. Kleinoktav.

W. Killings wissenschaftliche Bedeutung. Franziskanische Studien, Jahrg. 14. Okt. 1927, S. 267—278.

Killing hat ein vollständig druckfertiges Manuskript hinterlassen: „Elemente der analytischen Geometrie der Ebene". Fräulein Anka Killing in Münster i. W., die den handschriftlichen Nachlaß ihres Vaters in Besitz hat, wird dieses Manuskript auf der Universitätsbibliothek ebenda niederlegen.

(Eingegangen am 5. 2. 1929.)