Sonderabdruck

Rothe

JAHRESBERICHT DER DEUTSCHEN MATHEMATIKER-VEREINIGUNG

HERAUSGEGEBEN VON

L. BIEBERBACH IN BERLIN O. BLUMENTHAL IN AACHEN G. FABER IN MÜNCHEN

36. BAND · 9.—12. HEFT

VERLAG UND DRUCK VON B. G. TEUBNER IN LEIPZIG 1927

Sonderabdruck aus dem
Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. XXXVI. 1927. Heft 9/12.
Verlag und Druck von B. G. Teubner in Leipzig.

Gerhard Hessenberg.

Von RUDOLF ROTHE in Berlin.[1])

Gerhard Hessenberg.

Am Ende des vergangenen Jahres hat unsere Wissenschaft, die Technische Hochschule Berlin, die Deutsche Mathematiker-Vereinigung und unser Freundes- und Kollegenkreis einen herben und unersetzlichen Verlust erlitten: durch einen plötzlichen Tod hat uns Gerhard Hessenberg auf immer verlassen, auf der Höhe seines Lebens, am Beginn eines neuen Abschnitts seines Schaffens, dem er selbst mit so vielen freudigen Hoffnungen entgegengesehen hatte, als er eben, nach einer Trennungszeit von 20 Jahren, den Fuß in seine zweite Heimatstadt Berlin zurückgesetzt und in den alten Kreis seiner Jugend wieder Einzug gehalten hatte. Im folgenden will ich versuchen, dem Andenken dieses scharfsinnigen und vielseitigen Gelehrten, des Mathematikers und Philosophen gerecht zu werden, dann aber auch will ich die Erinnerung an einen ungewöhnlichen Menschen ins Gedächtnis zurückrufen, der bei allen, die das Glück hatten, mit ihm näher zusammenzukommen, einen unauslöschlichen Eindruck hinterlassen hat.

Gerhard Wilhelm Hessenberg wurde am 16. August 1874 in Goethes Vaterstadt geboren. Seine Vorfahren waren im siebzehnten Jahrhundert aus Westfalen über die hessischen Berge nach Frankfurt a./M. eingewandert. Zuerst einfache Handwerker, hauptsächlich Silberschmiede, gelangten sie später zu Ansehen und Einfluß in der

1) Nach einem am 24. Februar 1926 in der Berliner Mathematischen Gesellschaft gehaltenen Nachrufe.

ehemaligen freien Reichsstadt. Der Großvater, Dr. jur. Georg Wilhelm Hessenberg, hat in der Geschichte Frankfurts als Senator und Bürgermeister eine nicht unbedeutende Rolle gespielt; er starb aber schon im Alter von zweiundfünfzig Jahren, und so kam es, daß sein Sohn, der Vater unseres Hessenberg, ein geistig hochbegabter Mann, dem ursprünglich geplanten Studium entsagen mußte und sich dem Kaufmannsberuf widmete. Er wurde Teilhaber der alten Firma Hessenberg & Co., Juwelen-, Gold- und Silberhandlung, die von dem Bruder Georg Wilhelms gegründet worden war. Dieser Großonkel Friedrich unseres Hessenberg spürte den Funken der Wissenschaft in sich und beschäftigte sich in seiner freien Zeit mit mineralogischen und kristallographischen Studien, worin er einen solchen Ruf der Gelehrsamkeit erwarb, daß er um 1868 von der Berliner Universität zum Dr. phil. honoris causa promoviert worden ist.

Die Mutter unseres Freundes, zu der er auch als reifer Mann sein Leben lang mit großer Liebe und Verehrung aufsah, entstammt der schon im sechzehnten Jahrhundert in Frankfurt a./M. ansässigen Kaufmannsfamilie Lindheimer, die außer einigen Juristen keine „Studierten“, jedenfalls keine eigentlichen Gelehrten aufzuweisen hat. Goethes Großmutter, die Frau Stadtschultheiß Textor, eine geborene Lindheimer, gehörte derselben Familie an. Der gemeinsame Ahne von Goethe und Hessenberg war ein Johann Lindheimer, der 1627 gestorben ist. Es ist in diesem Zusammenhange vielleicht auch interessant, auf die verwandtschaftlichen Beziehungen Hessenbergs zu dem Dichter, Humoristen und Arzt Heinrich Hoffmann, dem Verfasser des „Struwelpeter“ hinzuweisen, der eine Tante unseres Hessenbergs zur Tochter hatte und von dem kleinen Gerhard als „Großpapa Hoffmann“ herzlich geliebt worden ist.

Schon im Alter von 6 Jahren verlor Gerd Hessenberg seinen Vater; für ihn und seine beiden jüngeren Brüder lag die Erziehung ganz auf den Schultern der Mutter. Frühzeitig zeigten sich bei dem aufgeweckten Knaben merkliche Anlagen und Begabungen, insbesondere eine ungewöhnlich schnelle Auffassungsgabe. Noch ehe er die Schule besuchte, hatte er ohne wesentliche Anleitung lesen und schreiben gelernt, und war er sogar imstande, ganz fließende Briefe an seinen Vater zu schreiben. Er besuchte die Musterschule, sodann das Städtische Gymnasium seiner Vaterstadt, das damals unter der Leitung des bekannten Pädagogen Reinhardt stand. Früh erwachten seine Neigungen für Naturwissenschaften, Physik und Mathematik, 1892 bestand er die Reifeprüfung mit Auszeichnung; bei der Schlußfeier hielt er eine Rede über Goethes Farbenlehre.

Er entschloß sich zum Studium der Physik und ging zuerst nach Straßburg zu Friedrich Kohlrausch, dem er durch Familienbeziehungen empfohlen worden war. Kohlrausch förderte den jungen und begabten Studenten auf jede Weise, aber er vermochte ihn nicht dauernd für die allzu peinliche, ein wenig pedantische Art zu gewinnen, wie er die experimentelle Physik betrieben wissen wollte, zumal die mathematische Ader unseres Freundes immer unruhiger pulsierte. So kam es, daß Hessenberg im dritten Studiensemester nach Berlin ging, um sich ganz mathematischen Studien zu widmen, die er in Straßburg schon bei Krazer und Reye begonnen hatte.

Im Wintersemester 1893 trat er in den Mathematischen Verein, in dem sich damals fast ausnahmslos alle jungen Mathematiker und Physiker Berlins zusammenfanden, und dort entstand dann ein Freundeskreis, den nicht nur eine gemeinschaftliche Begeisterung für unsere Wissenschaft, sondern eine gewisse allgemeine Harmonie der Seelen — bei aller Verschiedenheit der Einzeltöne doch eben eine Harmonie — abrundete, und der die eigentliche Studienzeit weit überdauerte.

An der Berliner Universität hörte Hessenberg mathematische und mathematisch-physikalische Vorlesungen, u. a. bei Frobenius, L. Fuchs v. Helmholtz, Knoblauch, Planck und H. A. Schwarz; außerdem trieb er an der Technischen Hochschule in Charlottenburg bei Hauck eifrig darstellende Geometrie. Auch Kohlrausch, der 1896 als Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt nach Berlin berufen worden war, zog Hessenberg wieder in seinen persönlichen Verkehr und unterstützte ihn durch mancherlei Rat. Von den Berliner Gelehrten hatte zweifellos H. A. Schwarz, in dessen Hause er mit der Zeit ein häufig und gern gesehener Gast geworden war, den größten Eindruck auf ihn gemacht. Das von Schwarz 1896 an der Berliner Universität eingerichtete Mathematische Kolloquium, eine Schule, durch die fast alle jungen Berliner Mathematiker der damaligen Zeit gingen, gab auch unserem Hessenberg die wertvollste Anregung. Zu den ersten Themen, die in dem Kolloquium durch Vorträge und Besprechungen bearbeitet wurden, gehörte die damals gerade veröffentlichte berühmte Preisschrift der Pariser Akademie von J. Weingarten[1]) über das flächentheoretische Biegungsproblem. Diese Arbeit einerseits, die differentialgeometrischen Vorlesungen Knoblauchs, die diesem Ideenkreise am nächsten lagen, andererseits gaben die Keime, aus denen die erste wissenschaftliche Veröffentlichung Hessenbergs entstanden ist, zugleich seine Doktordissertation „Über die Invarianten binärer Differential-

1) J. Weingarten, Sur la déformation des surfaces. Acta math. **20**, 159 und 200; 1896/97.

formen und ihre Anwendung auf die Deformation der Flächen" (1.)[1]), auf Grund deren er zum Dr. phil. promoviert wurde. Zu seinen Opponenten gehörten R. Fuchs und ich selbst. Auf die feierliche Handlung, die am 31. Mai 1899 in der alten Aula der Berliner Universität vor sich ging, ist Hessenberg selbst später in seiner bekannten Tübinger Antrittsrede (36.) „Vom Sinn der Zahlen" zurückgekommen; in der Einleitung erzählte er von einem Zwischenfall, bei dem, freilich ungenannt, Fritz Kötter, damals Professor an der Kgl. Bergakademie in Berlin, die Hauptrolle spielte. Doch hören wir ihn selbst in der ihm eigenen launigen Art erzählen: „Gern verweile ich darum in Gedanken bei dem ersten feierlichen Akte meiner akademischen Laufbahn, meiner nun über zwanzig Jahre zurückliegenden Promotion, die noch nach altem, heute leider überall verschwundenen Ritus mit Thesen, Opponenten und Disputation sich abspielte. Ich gedenke eines längst heimgegangenen Lehrers, Freundes und späteren Kollegen, der mir damals die ungewöhnliche Ehrung einer „oppositio ex corona" erwies, dabei jedoch in der Hitze des Gefechts völlig den Zweck der Improvisation vergaß, sich nämlich als von der Ansicht des Doktoranden überzeugt und eines besseren belehrt zu bekennen. Erst der Wink mit dem Zaunpfahl einer Einladung zur Beseitigung der „letzten geringfügigen Meinungsverschiedenheiten" bei einem solennen Frühstück brachte die Einwendungen des temperamentvollen Freundes zum Schweigen und den in Befürchtung einer Katastrophe und wegen Zeitmangels auf Kohlen sitzenden Dekan in die Lage, die feierliche Handlung zu Ende zu führen und mit den Worten zu beschließen:

Et nunc utere hac cathedra, quae est doctorum!"

Schon vor seiner Promotion hatte unser Freund in Guido Hauck, dem Altmeister der darstellenden Geometrie, sein Vorbild eines akademischen Lehrers gefunden. Ich erinnere mich noch genau, mit welcher Begeisterung er von Hauck als Muster eines wirklichen Geometers und eines hervorragenden Lehrers erzählte, und wie glücklich er war, daß er in seinen Übungen zur darstellenden Geometrie Assistent sein durfte. Diesem ausgezeichneten Manne, zu dem sich Hessenberg durch gemeinsames künstlerisches Empfinden und die ästhetische Wertung der Geometrie hingezogen fühlte und den er auch als Menschen sehr verehrte, hat er stets die größte Dankbarkeit und Wertschätzung bewahrt. Als Hauck 1905 starb, widmete er ihm einen Nachruf (14. u. 15.), in dem er seiner Verehrung für den Meister der darstellenden

1) Die eingeklammerten Zahlen beziehen sich auf das Verzeichnis der Veröffentlichungen am Schluß dieses Nachrufs.

Geometrie warmherzigen Ausdruck gab. Auf Haucks Anregung habilitierte er sich im Sommersemester 1901 an der Technischen Hochschule in Charlottenburg als Privatdozent für darstellende Geometrie; später wurde seine Lehrbefugnis auf reine Mathematik erweitert. Während der Assistentenzeit entstand das kleine ausgezeichnete Bändchen: Ebene und sphärische Trigonometrie (2.) in der Sammlung Göschen, das 1904 in zweiter Auflage mit neuen Figuren erscheinen konnte und ein Zeugnis von dem pädagogischen Geschick seines Verfassers abgibt. Ein Anlauf, den er zur Ablegung der Staatsprüfung pro facultate docendi — wie sie damals hieß — gemacht hatte, endete damit, daß er den Termin zur Abgabe der schriftlichen Arbeit verstreichen ließ, nicht, weil er mit der Arbeit nicht rechtzeitig fertig geworden war, sondern weil er, geistig mit selbständigen Problemen beschäftigt, sie gar nicht erst angefangen hatte.

An der Berliner Technischen Hochschule las Hessenberg vor allem ein stark besuchtes Sommerkolleg über darstellende Geometrie; daneben war er weiter als Assistent in den Hauckschen Vorlesungen über denselben Gegenstand und in den von Hettner abgehaltenen Übungen zur höheren Mathematik tätig.

In diese Zeit fällt nun die erste Untersuchung Hessenbergs über die Grundlagen der Geometrie, oder sagen wir gleich allgemeiner, über die kritische Mathematik. In einem kurzen, im Archiv der Mathematik und Physik erschienenen Aufsatz „Über Beweise an Schnittpunktssätzen“ (3.) zeigt er, daß es Schnittpunktssätze gibt, die sich sowohl unter alleiniger Anwendung der Desarguesschen als auch der Pascalschen Konfiguration beweisen lassen. Daß sich umgekehrt beliebig viele Fälle Pascalscher Konfigurationen aus dem Desarguesschen Satze herleiten lassen, ebenso aber, daß der Pascalsche Satz aus dem Desarguesschen durch reine Verknüpfung nicht abgeleitet werden könne, hatte Hilbert in seinen Grundlagen der Geometrie zwei Jahre vorher zuerst gezeigt. Erst vier Jahre später gelang es Hessenberg, umgekehrt den Beweis des allgemeinen Desarguesschen Satzes aus dem Pascalschen (11.) auch ohne Benutzung der Kongruenz- und Stetigkeitsaxiome zu erbringen, und weiter unter Benutzung Hilbertscher Ergebnisse den wichtigen Satz zu folgern, daß jeder ebene Schnittpunktssatz sich allein mit Hilfe des Pascalschen Satzes ohne Heranziehung der Kongruenz- und Stetigkeitsaxiome beweisen läßt. In diese Gedankenreihe sind noch mehrere andere Veröffentlichungen (5., 6., 12., 13.) Hessenbergs einzuordnen, die bis ins Jahr 1905 reichen.

Im Herbst 1901 wurde die Berliner Mathematische Gesellschaft gegründet. Unter den achtunddreißig gründenden Mitgliedern, die sich in der ersten Sitzung am 31. Oktober 1901 zusammenfanden, war auch Hessenberg. An dem regen wissenschaftlichen Leben in der Berliner Mathematischen Gesellschaft beteiligte er sich als einer der vordersten. In den Besprechungen zu den gehaltenen Vorträgen vermißt man unter den Namen der Diskussionsredner, die in den Sitzungsberichten genannt werden, selten seinen Namen. Es war bewundernswert, mit welcher Sicherheit und Schnelligkeit der Auffassung er in mathematischen Dingen den springenden Punkt erfassen und wie er mit wenigen Worten den Zusammenhang der Gedanken auseinandersetzen konnte. Sein natürlicher Wahrheits- und Erkenntnisdrang ließ ihn dabei selten vor äußerlichen Schranken haltmachen: er mußte aussprechen, was er als wahr und richtig erkannt hatte. Da kam es dann auch gelegentlich vor, daß er nach allen Regeln der Kunst einen alten Geheimrat aus dem Sattel hob, was sicherlich nicht klug war.

Der Deutschen Mathematiker-Vereinigung gehörte Hessenberg seit 1904 an; von 1916 bis 1919 war er Mitglied ihres Vorstandes, in den Ausschuß wurde er 1925, wenige Monate vor seinem Tode gewählt.

Im Jahre 1904 erhielt er eine Dozentenstelle für Mathematik an der damaligen Militärtechnischen Akademie in Charlottenburg und kurz darauf wurde ihm der Titel Professor verliehen. 1907 wurde er als etatsmäßiger Professor an die Landwirtschaftliche Akademie in Bonn-Poppelsdorf berufen. Mit schwerem Herzen schied er von seinem geliebten Berlin und den vielen Freunden, die er hier erworben hatte. Die Tätigkeit an der Landwirtschaftlichen Akademie befriedigte ihn wenig; er vermißte die ernste und fleißige Arbeit der Großstadt, und, obwohl er doch selbst das Urbild eines fröhlichen Gesellen und im Westen Deutschlands zu Hause war, so konnte ihm die oft allzu leichtlebige Art der rheinischen Studenten keine Sympathie erwecken. Dadurch, daß er sich in Bonn auch an der Universität habilitierte und dort einen Lehrauftrag über höhere Geodäsie und technische Mechanik erhielt, scharte er einen kleinen Kreis strebsamer Studenten um sich, an dem er große Freude hatte. Auch am Mathematischen Seminar der Universität in Bonn nahm er als Dozent teil. Aus dieser Tätigkeit entstammt sein bekanntes Buch über Transzendenz von e und π (27.).

Im Sommer 1910 folgte Hessenberg einem Rufe als Professor der darstellenden Geometrie an die neugegründete Technische Hochschule in Breslau. Hier war ihm eine Aufgabe gestellt, die zum nicht geringen Teil organisatorischer Art war. Aber das entsprach durchaus seiner Natur, und es war so ganz sein Fall, nach eigenem Ermessen und eigenen Wünschen den neuen Lehrstuhl einrichten zu dürfen. Diese

Fähigkeit zum Organisieren, die man schon an ihm als jungen Studenten hatte beobachten können, wurde bald von seinen Kollegen erkannt, und sie wählten ihn 1914 zum Rektor der Technischen Hochschule, nachdem er schon vorher das Amt eines vom Staate ernannten Prorektors der neuen Hochschule ausgeübt hatte. Zwei Jahre lang hat er das Rektorat unter den schwierigsten Kriegsverhältnissen mit außerordentlichem Erfolge verwaltet. Wie noch erinnerlich, galt Breslau in den ersten Kriegszeiten als vom Feinde bedroht; es mußten so schnell als möglich Vorkehrungen getroffen werden, falls wirklich ein Einbruch der Russen stattfinden würde. Hessenberg wurde zu den Nivellementaufnahmen herangezogen, die für eine mögliche Unterwassersetzung der Umgebung Breslaus ausgeführt werden mußten. Er leitete außerdem den nationalen Frauendienst in Breslau, eine Einrichtung, die sich in mustergültiger Weise und mit segensreichem Erfolge der Kriegerfrauen und -kinder, der Kriegswitwen und -waisen annahm. Seine junge Frau war als Rote-Kreuz-Schwester lange Zeit an der Front tätig.

Im September 1918 wurde er vom Könige zum Geheimen Regierungsrat ernannt.

Im Sommer 1918 hatte er gleichzeitig einen Ruf nach Tübingen als Ordinarius und an die Berliner Universität auf einen neuzuschaffenden Lehrstuhl für angewandte Mathematik erhalten. Der Entschluß, der Berliner Professur zu entsagen, ist ihm sehr schwer geworden; denn sein ganzes Herz zog ihn nach seiner Lieblingsstadt zurück. Aber das Berlin des Jahres 1919 war ein Zerrbild der früheren sauberen und glanzvollen Kaiserstadt. Die revolutionären Unruhen, Streiks und wirtschaftlichen Schwierigkeiten der damaligen Zeit sind noch unvergessen. Der wirkliche Grund, der Hessenberg veranlaßte, dem Rufe nach Tübingen den Vorzug zu geben, war jedoch ein rein menschlicher. Die Besetzung Straßburgs durch die Franzosen und die sinn- und rücksichtslose Vertreibung der Deutschen aus der alten Reichsstadt hatte auch Hessenbergs Schwiegereltern betroffen, die, aller Mittel beraubt, in einem württembergischen Städtchen unweit von Tübingen einen Unterschlupf gefunden hatten. Ich weiß in der Erinnerung an die langen Besprechungen, die wir bei seinem damaligen Besuch miteinander über seine Berufung in Berlin hatten, wie schwer ihm dieses Opfer geworden ist; andererseits ist mir erst später recht zum Bewußtsein gekommen, was Hessenbergs Entschluß, den Ruf an die Berliner Universität abzulehnen, für uns andere hier bedeutet hat. Denn er hätte auf diesen neuen Lehrstuhl gepaßt wie kein anderer, sowohl seiner mathematischen Veranlagung nach, wie auch ganz besonders seiner allgemein beliebten und in Berlin bekannten Persönlichkeit wegen.

Seine früheren Beziehungen zur Technischen Hochschule, der bis dahin in Berlin allein die Pflege der angewandten Mathematik obgelegen hatte, hätten ein ausgezeichnetes, fruchtbringendes Zusammenarbeiten gewährleistet.

Die Übersiedlung nach Tübingen im Schwabenlande mit seiner Behaglichkeit und seiner Fülle an äußeren Notwendigkeiten des Lebens, die gerade damals in den norddeutschen Großstädten besonders entbehrt werden mußten, wirkte auf Hessenberg zunächst ungemein wohltuend. Es war ihm gelungen, ein kleines Haus mit Garten zu erwerben und so einen seit langen Jahren gehegten Wunsch erfüllt zu sehen. In seinen freien Stunden konnte er sich ganz einer stillen bukolischen Tätigkeit widmen, er baute seinen Kohl, ließ seine Hühner Eier legen und bastelte an seinem Häuschen. Eine 1921 erfolgte Berufung nach Leipzig lehnte er ab.

Indessen, gerade diese Stille des Landaufenthaltes in dem kleinen Städtchen konnte naturgemäß einen so lebhaften und rastlosen Geist wie Hessenbergs auf die Dauer nicht befriedigen. Dazu kam, daß sein Lehramt ihn mit Vorlesungen belastete, deren Gegenstand ihn weniger interessierte, deren Vorbereitung ihm dagegen sehr viel Zeit raubte; denn er pflegte alle seine Vorlesungen und Vorträge auf das sorgfältigste vorzubereiten. Schließlich ließ ihn eine wohl durch seinen Gesundheitszustand gesteigerte Reizbarkeit die Störungen, wie sie der vielleicht hier und da etwas urwüchsige studentische Betrieb in der kleinen Stadt mit sich bringt, stärker empfinden, als es wünschenswert war. Kurz, er fühlte sich trotz Haus und Garten nicht mehr wohl in Tübingen.

Leider hatten sich schon bald nach dem Ausgang des Krieges in Hessenbergs Gesundheitszustand allmählich Zeichen der Krankheit bemerkbar gemacht, der er dann so plötzlich zum Opfer fallen sollte, eine steigende Erhöhung des Blutdruckes. Die Aufregungen, die geistigen und körperlichen Anstrengungen während der Kriegszeit und der Nachkriegszeit, die ja keinem von uns völlig erspart geblieben sind, hatten auf ihn ganz gewaltig eingewirkt. Sein Zustand schien sich indessen vor etwa einem Jahre so deutlich gebessert zu haben, daß er mit vollen Hoffnungen der Aufforderung Folge leisten konnte, als Nachfolger des von seinen Amtspflichten entbundenen Herrn Kollegen Jolles an die Technische Hochschule Berlin zu gehen. Mit großer Freude nahm er diesen Ruf an, ließ Haus und Garten im Stich und kehrte in die Stadt zurück, in der er seit seiner Studienzeit heimisch geworden war, und an die Stätte, an der er fast ein Menschenalter zuvor die Segel seiner Hoffnungen gehißt und seine akademische Laufbahn begonnen hatte.

Mit einem wahren Feuereifer ging er nun an seine neue, und doch von früher noch so vertraute Arbeit. Als er soeben begonnen hatte, im alten Freundes- und Kollegenkreise wieder Wurzeln zu fassen, als er alle äußeren Hindernisse seiner Übersiedlung eben beseitigt hatte, als er sich auch Haus und Garten hier neu zu schaffen im Begriff war und fröhlich, arbeitsfrisch und hoffnungsvoll sein Amt angetreten hatte, kam plötzlich der tödliche Schlag, der ihn zu Boden streckte. In der Nacht vom 15. zum 16. November 1925 starb er unerwartet auf der Höhe seines Lebens einen sanften, einen fast beneidenswert schönen Tod. Am 19. November vereinigten sich nahezu alle seine Berliner Jugendfreunde mit seinen Kollegen an seiner Bahre zu einer stillen Feier, und unter den milden Tönen einer Bachschen Sarabande, die er so sehr geliebt hatte, wurde, was an ihm sterblich war, den Flammen anvertraut.

Wenn man unseren verblichenen Freund als Mathematiker recht würdigen will, muß man sich die Tatsache vor Augen halten, daß in ihm in einer geradezu einzigartigen Weise zugleich die Fähigkeit des abstrakten Denkens und der scharfsinnigen Kritik mit der Gabe des räumlichen Vorstellungsvermögens, der geometrischen Phantasie und der Geschicklichkeit in der konstruktiven Ausführung vereinigt waren. Dies äußerte sich einerseits in seiner Neigung zu philosophisch-erkenntnistheoretischen Betrachtungen und logischen kritischen Untersuchungen, andererseits in einem unverkennbaren Gefühl und Verständnis für künstlerische und technisch-konstruktive Fragen. Gerade diese Vielseitigkeit und Beweglichkeit des Geistes ist bei ausgesprochen mathematischen Naturen sehr selten zu finden, und gerade darum bedeutet Hessenbergs Tod für unsere Technische Hochschule einen unermeßlichen Verlust.

Diese vielseitige Veranlagung Hessenbergs ist auch in seinen Veröffentlichungen deutlich zu erkennen. Wir finden da einerseits eine Reihe von geometrischen Abhandlungen aus der Differentialgeometrie, den Grundlagen der Geometrie und der darstellenden Geometrie, andererseits mehrere Arbeiten über Mengenlehre und kritische Mathematik, schließlich auch kleinere Veröffentlichungen technischen Inhalts.

Über die Entstehung seiner Promotionsschrift (1.) über die Invarianten binärer Differentialformen habe ich schon vorher einige Mitteilungen gemacht, die ich insofern noch ergänzen will, als schon im Ursprung dieser ersten Arbeit die kritische Schärfe seines Geistes aufs deutlichste zutage tritt. Es war Weingarten in seiner Preisschrift gelungen, für das Deformationsproblem der Flächentheorie eine partielle

Differentialgleichung aufzustellen, von der er zeigen konnte, daß sie sich für sämtliche damals bekannten Fälle, in denen das Verbiegungsproblem vollständig gelöst war, nach den bekannten Methoden der Theorie der partiellen Differentialgleichungen integrieren ließ; es war also zu hoffen, noch weitere Lösungen dieses schwierigen Problems mit ihrer Hilfe aufzufinden. Da gelang es nun Hessenberg, eine merkwürdige singuläre Eigenschaft der Weingartenschen Gleichung zu entdecken; man kann nämlich für ein gegebenes Linienelement die Aufstellung der Differentialgleichung auf unendlich vielfache Weise so ausführen, daß eine beliebige, vorgeschriebene Lösung durch Integration der Differentialgleichung nicht gefunden wird. Hessenberg zeigte ferner, wie man diese Ausnahmefälle sämtlich bestimmen kann. Weingarten selbst hat in einer besonderen Ergänzung seiner Preisschrift auf die Entdeckung des jungen Geometers damals aufmerksam gemacht, worauf dieser nicht wenig stolz war. Übrigens gehörte Hessenberg, wie zahlreiche andere jüngere Geometer der damaligen Zeit, zu den ausgesprochenen Verehrern des Altmeisters der Flächentheorie, dessen Ansehen im Auslande weit höher geschätzt wurde als bei den meisten damaligen deutschen Mathematikern von Einfluß.

In der Dissertation Hessenbergs finden sich auch schon die Gedankengänge, die in seinen späteren Veröffentlichungen Über die Gleichung der geodätischen Linien (4.) und namentlich in der bekannteren Arbeit vom Jahre 1916: Vektorielle Begründung der Differentialgeometrie (32.) weiter ausgeführt worden sind, insbesondere findet sich darin schon der Begriff der kogredienten Differentiale. Diese Größen sind im einfachsten Falle die Komponenten des Differentials eines durch n unabhängige Variable bestimmten Vektors in bezug auf das ebenfalls als variabel gedachte System von n orthogonalen und normierten Grundvektoren; sie sind mit den Komponenten des Vektors selbst kovarient. Dieser Begriff und die dafür aufgestellten Rechengesetze lassen sich auf Tensoren höheren Ranges ausdehnen, und indem man die kongredienten Differentiale zerlegt, lassen sich auch kongrediente Ableitungen einführen. Hierdurch gelingt es, in die berühmte — oder berüchtigte — Christoffelsche Transformationsrechnung nicht nur formale Kürzungen, sondern sogar geometrische Deutungen hineinzubringen, insbesondere die merkwürdige Tatsache zu zeigen, daß die Symmetrieeigenschaft der Christoffelschen Verbindungen,

$$\left\{ {ik \atop l} \right\} = \left\{ {ki \atop l} \right\},$$

mit der geometrischen Bedingung übereinstimmt, in der betrachteten n-dimensionalen Geometrie sollen die „geradesten“ Linien, d. h. diejenigen, deren (erster) Krümmungsvektor in jedem Punkt verschwindet, mit den „kürzesten" Linien, d. h. längs denen die erste Variation der Bogenlänge gleich Null ist, übereinstimmen. Es ist übrigens bemerkenswert, daß genau im Falle dieser Übereinstimmung die Hessenbergschen kogredienten Ableitungen mit denen des sogenannten „absoluten" Differentialkalküls von Ricci und Levi-Civita identisch sind. Die sehr einfache Bestimmung des Riemann-Christoffelschen Krümmungstensors durch kogrediente Ableitungen ist im Hinblick auf die mathematische Relativitätstheorie besonders wichtig.

Hessenbergs Untersuchungen über die Grundlagen der Geometrie, insbesondere den Desarguesschen und den Pascalschen Satz gipfeln in zwei Arbeiten (12., 13.) über die Begründung der elliptischen Geometrie, worunter der Nachweis zu verstehen ist, daß sich alle Sätze der nichteuklidischen ebenen Geometrie positiver Krümmung mit ausschließlicher Benutzung ebener Axiome, also ohne räumliche Betrachtungen, und zugleich mit Vermeidung des archimedischen Stetigkeitsaxioms beweisen lassen. Für den Fall negativer Krümmung hatte zuerst Hilbert eine vollständige Lösung dieser Aufgabe gegeben, und für die elliptische Ebene hatte Dehn die Lehre von den Flächeninhalten und dem sphärischen Exzeß dargestellt; dagegen war der Nachweis der projektiven Geometrie für diesen Fall noch nicht erbracht. Dies gelang Hessenberg durch Abbildung der elliptischen auf eine ebene Pseudogeometrie, in der die Geraden durch Kreise dargestellt werden, ein auch sonst mit Erfolg verwendetes Verfahren. Bei der projektiven Geometrie liegt aber die Hauptschwierigkeit im Desarguesschen Satz, der ohne räumliche Hilfsmittel bewiesen werden mußte. Hier half nun die von Hessenberg gefundene, bereits erwähnte logische Zurückführung des Desarguesschen auf den Pascalschen Satz.

Die Beschäftigung mit den Grundlagen der Geometrie, zu der er durch Hilberts berühmtes Werk angeregt worden ist, führte Hessenberg zu den Untersuchungen über den Zweig der Mathematik, den er selbst als „kritische Mathematik" bezeichnet hat und über den er unter demselben Titel (7.) in der Berliner Mathematischen Gesellschaft 1904 einen höchst fesselnden Bericht erstattet hat. Als Hauptprobleme der kritischen Mathematik formuliert er darin: 1. die Aufgabe, die logische Widerspruchslosigkeit eines Axiomensystems zu beweisen; 2. das Friessche Problem der Deduktion der mathematischen Axiome, d. h. die Untersuchung, aus welchem Bedürfnis heraus ein bestimmtes Axiom in einem Axiomensystem aufgestellt wird; 3. das Problem der Erkenntnisquelle der Axiome. Wir wissen, daß seit Leibniz' Zeiten dieses Grenzgebiet zwischen Mathematik und Philosophie gerade die größten Mathematiker, Gauß, Weierstraß, Kronecker und G. Cantor beschäftigt hat, und erleben gerade in diesen Zeiten des Kampfes zwischen Intuitionismus und Formalismus eine, wie es scheint, neue Phase der Entwicklung dieses Gebietes.

Philosophische Studien hatten Hessenberg um die Jahrhundertwende mit Karl Kaiser und den ihm befreundeten Leonhard Nelson zusammengeführt; diese drei begründeten unter dem Titel „Abhandlungen der Friesschen Schule" eine philosophische Zeitschrift.[1]) In dieser Zeitschrift hat auch Hessenberg drei Arbeiten veröffentlicht. Die erste führt den Titel „Das Unendliche in der Mathematik" (9.) und stellt sich die Aufgabe, einem logisch, jedoch nicht notwendig mathematisch geschulten Leserkreise in allgemeinverständlicher, aber unanfechtbar strenger Weise auseinanderzusetzen, wie in den verschiedenen Gebieten der Mathematik die Begriffe des Unendlichgroßen und des Unendlichkleinen erklärt werden müssen, damit die Resultate mathematischer Forschung die erforderliche Sicherheit erhalten und der Besitzstand mathematischen Wissens von allen mystischen Hypothesen gereinigt werde. Die Hilfsmittel, die Hessenberg hier benutzt, sind durchaus elementarer Natur; eine Fülle von Einzelheiten, Beispielen aus Geometrie und Mechanik, Trugschlüssen und Scheinbeweisen werden genau und scharf besprochen. Ich glaube, meiner Ansicht hier Ausdruck geben zu sollen, daß insbesondere jeder mathematische Lehrer an höheren Schulen diese Arbeit Hessenbergs kennen und von Zeit zu Zeit wieder lesen sollte. Eine Menge Mißverständnisse, z. B. über die Begründung der Infinitesimalrechnung, die leider noch vielfach anzutreffen sind, würden aus dem Unterricht und auch aus den Schulbüchern verschwinden. Auch ist die Lektüre nichts weniger als langweilig, denn unser Freund liebte Scherz und Witz auch als Würze ernster Veröffentlichungen.

Die zweite Arbeit Hessenbergs in den Abhandlungen der Friesschen Schule sind die Grundbegriffe der Mengenlehre (17.). Diese Arbeit erschien 1908 und war außer dem damals noch nicht abgeschlossenen Schoenfließschen Bericht (Die Entwicklung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten, 1. Teil, 1900) die erste zusammenfassende Schrift über G. Cantors unsterbliche Schöpfung. Ursprünglich sollte die Arbeit eine Fortsetzung der vorher erwähnten Abhandlung über das Unendliche in der Mathematik werden; aber sie wuchs während der Ausarbeitung dem Verfasser unter den Händen, und so

1) Oder vielmehr, sie eröffneten sie wieder, denn sie war schon von Fries' Schülern Apelt, Schleiden, Schlömilch (dem Mathematiker) und Schmidt 1847 gegründet worden, hatte es aber nur auf zwei Hefte gebracht.

entstand denn eine 220 Druckseiten umfassende, zusammenhängende Darstellung derjenigen Gedankengänge, die für das Verständnis des Begriffes des Aktual-Unendlichen, seine Grundlegung und Kritik erforderlich sind. Darüber hinaus enthält die Arbeit auch eine Reihe neuer Forschungsergebnisse Hessenbergs von rein mathematischem Wert, z. B. den Beweis des schon von Cantor bemerkten Satzes, daß die $n$te Potenz einer jeden Mächtigkeit wieder diese Mächtigkeit selbst ergibt:

$$\aleph_\alpha^n = \aleph_\alpha \text{ für } \alpha = 0, 1, 2 \ldots$$

Die dritte Arbeit Hessenbergs in den Abhandlungen zur Friesschen Schule, Kritik und System in Mathematik und Philosophie (21.), ist in ihrem ersten Teil eine Fortführung und weitere Durchbildung der Gedanken, die er in seinem schon erwähnten Vortrag über die kritische Mathematik entwickelt hatte, sie ist aber zum Teil polemischen Inhalts. Der zweite Teil ist es fast ausschließlich und wendet sich gegen Angriffe, die von Fachphilosophen gegen die Friessche Schule, insbesondere gegen Hessenbergs Freund Nelson erhoben worden waren. Bei dieser Polemik, die von der Gegenseite mit scharfen Worten geführt worden war, ging es nicht immer glimpflich zu, und die Waffe des witzigen Spottes, die Hessenberg, wenn er wollte, wie kein anderer führen konnte, schlug dem Gegner manche Wunden. Übrigens hatte unser Freund stets mindestens die Lacher auf seiner Seite. Natürlich schwiegen die philosophischen Gegner nicht, und so schrieb denn Hessenberg eine Abhandlung (22.) die gewissermaßen eine Kritik der Kritik, die „persönliche“ und „sachliche“ Polemik selbst zum Gegenstand der Untersuchungen hatte und in der Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie und Soziologie erschienen ist.

Die Beschäftigung mit den Grundbegriffen der Mengenlehre hat ihn in dieses Gebiet der Mathematik immer mehr hineingezogen. Besonders hoch schätzte er seines Freundes Zermelo Arbeiten über die mengentheoretische Axiomatik und über die Möglichkeit einer Wohlordnung jeder Menge. Eine längere im Crelleschen Journal erschienene Veröffentlichung Hessenbergs unter dem Titel Kettentheorie und Wohlordnung aus dem Jahre 1908 bezieht sich auf diesen Gedankenkreis; unter „Kette“ wird dabei eine ganz bestimmte, durch Zuordnungseigenschaften definierte Art von Mengen verstanden. Das Ziel aller solcher Untersuchungen ist ja letzten Endes, die Paradoxien der Mengenlehre aus der Welt zu schaffen. Eine die Mächtigkeitsfragen der Mengenlehre betreffende kürzere Untersuchung über Potenzen transfiniter Ordnungszahlen hatte Hessenberg schon 1907 in diesem Jahres-

berichte veröffentlicht. Schließlich gehört hierher auch ein kurzer enzyklopädischer, aber sehr inhaltreicher Artikel über Mengenlehre im Taschenbuch für Mathematiker und Physiker (28.).

Mit den Paradoxien der Mengenlehre und verwandten Fragen aus dem Grenzgebiet zwischen Mathematik und Logik beschäftigt sich auch eine fast von jeder Rechnung freie, äußerst scharfsinnige und, da sie polemischer Natur und im Hessenbergschen Stile geschrieben ist, auch sehr belustigend zu lesende Abhandlung (23.) in diesem Jahresbericht, die den mit einem Fragezeichen versehenen Titel „Willkürliche Schöpfungen des Verstandes?“ führt und 1908 erschienen ist. Dieser Titel ist in Abänderung eines Ausspruches von Dedekind gewählt worden: „Die Zahlen sind freie Schöpfungen des menschlichen Geistes“; Hessenberg analysiert diesen Ausspruch und kommt zu dem Ergebnis, „die Zahlen sind selbsttätige Schöpfungen der Vernunft“. Über einen verwandten Gegenstand, Zählen und Anschauung (26.) hat Hessenberg auf dem internationalen Mathematikerkongreß in Rom 1909 vorgetragen.

In der Bonner Zeit entstand sein bekanntes Buch Transzendenz von e und π (27.). Die Beweise für diese beiden Behauptungen, von denen die letzte ja die endgültige Lösung des Problems der Quadratur des Kreises ausspricht, sind bekanntlich nicht ganz einfach, und wer sich wirklich in den Gegenstand eingearbeitet hat, wird das nicht ohne jeden Tropfen Schweißes haben tun können. In diesem Buch nun hatte sich Hessenberg die Aufgabe gestellt, eine genaue Analyse der verschiedenen Beweise der Transzendenz von e und π auszuführen, ihre logischen Zusammenhänge herauszupräparieren oder, wie er sich ausdrückt, die Gründe für die in den Beweisen gezogenen Folgerungen zu finden. Dabei ergibt sich nun die Gelegenheit, alle möglichen Fragen der Analysis, der Zahlentheorie und der Algebra zu streifen, Bemerkungen über die mathematische Beweisführung selbst, z. B. über den indirekten Beweis, einzuflechten und de omnibus rebus mathematicis et quibusdam aliis zu reden. Und dies geschieht in einer nicht nur lehrreichen, nicht nur scharfsinnigen, sondern auch in einer so kurzweiligen Art, daß man das kleine Werk als eines der anregendsten und amüsantesten Bücher der mathematischen Literatur bezeichnen muß. Man merkt überall, welches Vergnügen solche kritische Analyse dem Verfasser selbst bereitet hat, und mit welchem Behagen er den an sich so spröden Gegenstand durch manchmal sehr drastische, aber immer den Nagel auf den Kopf treffende Vergleiche seinen Lesern so klar als möglich machen wollte.

Die geometrischen Vorlesungen, die er in Breslau an der Technischen Hochschule gehalten hat, sind von ihm ausgearbeitet und zunächst in selbstgeschriebenen, autographisch vervielfältigten Bänden für Kriegsteilnehmer unter seinen Studenten herausgegeben worden. Es handelt sich um zwei Schriften, ein in zwei Bänden geschriebenes, sehr originelles Lehrbuch der darstellenden Geometrie, (34.) dessen schon vom Verfasser vorbereitete Herausgabe Herr E. Salkowski besorgen wird, und um die Vorlesungen über analytische Geometrie der Ebene und des Raumes (35.), die er im Sommersemester 1919 in Breslau gehalten hat.

Insbesondere in den Vorlesungen über darstellende Geometrie tritt uns Hessenberg als akademischer Lehrer in seiner ganzen Persönlichkeit entgegen; denn gerade dieser Gegenstand hat ihn, vom Standpunkt des Lehrers aus gesehen, am meisten angezogen. Immer mit gleicher Liebe hat er sich der darstellenden Geometrie hingegeben, die für ihn gleichsam eine Symphonie von Wissenschaft, Kunst und Technik war, und an der er immer neue Freude fand. Seinen Schülern half er in den Übungen nicht nur „theoretisch", sondern er lehrte sie eigenhändig, beim Anfertigen der Zeichnungen die Tücke des Objektes mit Humor und Geschick zu besiegen. Er gesellte sich im leinenen Zeichenkittel zu ihnen, auch äußerlich einer ihrer Kameraden. Sein besonderer geometrischer Scharfblick und seine völlige Beherrschung des mathematischen Inhaltes der darstellenden Geometrie gaben seinen Vorträgen und den seminaristischen Bemerkungen in seinen Übungen einen hohen wissenschaftlichen Rang und schalteten alles Banausische — Handwerksmäßige — von vornherein aus; sein künstlerisches Empfinden, sein technisches Verständnis und seine persönliche Geschicklichkeit bewahrten ihn andrerseits davor, über die ästhetischen, konstruktiven und praktischen Werte der darstellenden Geometrie mit dem billigen Nasenrümpfen hinwegzugehen, das reine Wissenschaftler leider manchmal zur Schau tragen. Es ist danach kein Wunder, daß wir in den Hessenbergschen Vorlesungen friedlich beisammen finden: eine sehr ausführliche Darstellung der projektiven Geometrie, kritisch-mathematischen Betrachtungen über Euklidische Konstruktionen, Ratschläge über zweckmäßige Zirkel und die Prüfung von Zeichendreiecken, die perspektivische Darstellung einer schnell fahrenden Lokomotive, einer Bierflasche, des Spreetunnels, über die Schwarzschen Bedenken gegen die Bestimmung des Flächeninhaltes einer krummen Oberfläche durch polyedrale Annäherung, über das Gaußsche Krümmungsmaß usw. Dazu noch alle möglichen Anwendungen auf Architektur, Malerei, Mechanik in zahlreichen Freihandskizzen seiner sicheren und geübten Hand, nicht zu vergessen eine Anzahl witziger Bemerkungen, das alles macht die

Lektüre dieser Vorlesungen in hohem Maße abwechselungs- und genußreich.

Die akademische Antrittsrede (36.), mit der er sich an der Universität Tübingen einführte, habe ich schon eingangs erwähnt. Sie führt den Titel „Vom Sinn der Zahlen" und ist eine gemeinverständliche, aber darum nicht weniger wissenschaftliche und scharfsinnige, von Witz und Geist sprühende Gelegenheitsrede. Er sagt darin: „Ich will vom Sinne der Zahlen reden. Einmal darum, weil uns allen wenigstens die Zahlen selber und der Sinn der elementaren Rechenoperationen, Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren geläufig und vertraut sind. Zum andern, weil dieser Gegenstand durch seine Behandlung in Oswald Spenglers Buch vom Untergang des Abendlandes gerade jetzt (Anfang 1922) eine gewisse Popularität erlangt hat, wenn auch keineswegs die den Tatsachen angemessene." Und so ist denn gleichzeitig diese akademische Rede eine Kritik des bekannten Spenglerschen Werkes geworden, zunächst des ersten Kapitels im ersten Bande, mit dessen Überschrift der Titel der Hessenbergschen Rede übereinstimmt, sodann der von Spengler intuitiv aufgestellten These, nach der es „keine Mathematik, sondern nur Mathematiken" gäbe, je nach der Zeitepoche und der Kultur, und schließlich des ganzen Werkes. Es kann gar keine Frage sein, daß dem Mathematiker Spengler in dem Buche an sehr vielen Stellen eine Menge der gröbsten Fehler und Mißverständnisse in seinem Fache unterlaufen sind. Hessenberg verfolgt sie mit witzigem und scharfem Spott; er läßt diesmal keine Schonung walten, weil — wie er sagt — Spengler sich in der überlegensten Weise als Kenner aufgespielt und damit die Messung seiner Leistungen am Maßstab seiner eigenen Ansprüche geradezu herausgefordert habe. Hessenberg erblickt überdies in Spenglers Buch eine Gefahr für die Jugend; „denn" — so sagt er — „sehr viel mehr als durch Tendenz und Titel die Schwäche einer weitverbreiteten pessimistischen Stimmung, mißbraucht es durch die Verheißung der großen intuitiven Synthese die Stärke einer jugendlich-schöpferischen Sehnsucht."

Von den weiteren Veröffentlichungen Hessenbergs kann ich die Arbeiten über eine Maximumeigenschaft des Sehnenvierecks (31.), die in der von ihm mit herausgegebenen Festschrift zu Schwarz' goldenem Doktorjubiläum erschienen ist, weiter: einige Lehrsätze über konvexe Körper (33.), sowie seinen letzten Vortrag „Beispiele zur Richtungsübertragung" (38.) auf der Innsbrucker Naturforscherversammlung nur kurz streifen. In mehreren Aufsätzen für Tageszeitungen hat Hessenberg auch technische Fragen erörtert. Ich erwähne hier vor allem einen in der Frankfurter Zeitung 1906 erschienenen Aufsatz mit dem Titel Taten der Technik, in dem die Auswechselung der großen Eisenbahnbrücke über die Elbe bei Magdeburg beschrieben wird, der unser Freund beizuwohnen Gelegenheit gehabt hatte. Beim Lesen dieses Artikels lernt man außer der Sachkunde des Verfassers auch seine Hochachtung vor dem Scharfsinn der Ingenieure, die ein so schwieriges Werk mitten im Betriebe haben ausführen können, kennen. Andere Aufsätze und Reden technischen Inhalts beschäftigen sich mit der Konstruktion von Füllfederhaltern, mit dem Straßenbahnverkehr, mit Kriegstechnik und dgl.

Von den Gelegenheitsreden Hessenbergs als Rektor und Prorektor in Breslau sind zwei besonders erwähnenswert, eine kurze Festrede über Kultur und Technik (29.), die aus Anlaß der Ehrenpromotion Kaiser Wilhelms II. 1913 in der Jahrhunderthalle in Breslau gehalten worden ist, und eine längere Kaiser-Geburtstagsrede vom Jahre 1914, die den Titel „Aus der Geschichte der Berliner Akademie der Wissenschaften im achtzehnten Jahrhundert" (30.) führt und interessante Mitteilungen besonders über die Tätigkeit Leibnizens, Maupertius' und namentlich Eulers als Vorsitzende der Akademie enthält.

Ich habe meinen besten Freund als Student im Sommer 1893 kennengelernt, als ich mit ihm „semesterlang auf einer und derselben Bank" saß. Wir waren im gleichen Studiensemester und wurden innerhalb des Mathematischen Vereins bald enge Freunde. In dem Freundeskreis, der sich dort bildete, wurde er allmählich der Mittelpunkt. Er übertraf uns alle durch die Schnelligkeit der Auffassung und die Sicherheit seines Blickes in Fragen unserer Wissenschaft sowie durch sein erstaunliches Gedächtnis. Die Vielseitigkeit seiner Begabung war unvergleichlich; er zeichnete mit künstlerischem Talent und dichtete schon seit seiner frühesten Jugend Heiteres und Ernstes, er beschäftigte sich längere Zeit mit einer Iliasübersetzung und anderen literarischen Plänen. Daß er ein Meister der Sprache war, zeigen besonders seine philosophischen und polemischen Schriften. Seine Lust am Fabulieren, am Erzählen von Erlebnissen, Anekdoten, guten Witzen und lustigen Einfällen war allgemein bekannt. Hierin schien er unerschöpflich und unermüdlich zu sein; und sein ungewöhnliches Gedächtnis, seine leicht schaffende Phantasie, seine Erzählerkunst, vor allem sein harmloser Humor und sein herzliches Lachen lockten bei einer Tisch- oder Tafelrunde die Umsitzenden in seinen Bann. Das war schon so zu seiner Studentenzeit, und es ist so geblieben, wenn er, längst in Amt und Würden, auf einer Naturforscherversammlung im Kollegen-

kreise auftauchte. Ein wenig ist er immer der alte Bursche geblieben. Seine Briefe sprühten von geistreichen und witzigen Bemerkungen, freilich oft sarkastischer Natur; denn er pflegte aus seinem Herzen keine Mördergrube zu machen. Auch seine musikalische Begabung und sein Verständnis für Musik war außerordentlich. Er konnte vorzüglich Klavier spielen, hat sich noch als Privatdozent bei einer Schülerin von Klara Schumann Unterricht und Ausbildung zu verschaffen gewußt und sich selbst im Komponieren betätigt. Gute Musik, namentlich Bach, Beethoven, Brahms konnte er stundenlang ohne Ermüdung in sich aufnehmen und genießen.

Andererseits beschäftigte er sich viel und gern mit technischen Problemen und entwickelte ein erstaunliches Verständnis für technische Fragen und Konstruktionen. Er selbst bastelte und baute viel und gern in seiner Wohnung und an seinem Hause in Tübingen, das er nach seinen Plänen hatte umbauen lassen. Zahlreiche Modelle für mathematische Zwecke fertigte er selbst an, wovon z. B. eine seiner letzten Veröffentlichungen, „Gelenkmechanismen zur Kreisverwandtschaft" (37.) Zeugnis gibt. Ich erinnere mich, daß, als er sich einmal besonders mit Statik der Baukonstruktionen beschäftigte, er einen Auslegerarm aus einem Fachwerk von Strohhalmen anfertigte, der an seinem Ende eine Ampel mit Blumentopf tragen konnte. Zahlreiche eigene Zeichenvorlagen zur darstellenden Geometrie hat er als Musterbogen in Reinzeichnung selber ausgeführt, und noch in den letzten Tagen vor seinem Tode war er mit der Herstellung einer Reinzeichnung am Reißbrett beschäftigt, wobei er mit fast kindlichem Vergnügen einen ganz neuen Zeichentisch und ein ganz neues Reißzeug in Benutzung genommen hatte, wie er sich denn überhaupt an den kleinen Bequemlichkeiten des äußeren Daseins mit derselben Harmlosigkeit erfreuen konnte, wie sich Kinder an ihren Spielsachen erfreuen.

Die Schärfe seines Verstandes, die ihm die Natur in so glänzendem Maße verliehen hatte, und der innere Drang, das, was er als wahr erkannt hatte, auch öffentlich zu bekennen, haben ihn oft in die Lage versetzt, als Kritiker zu wirken. Aber er war weder der griesgrämige, nörgelnde Kritikus, wie ihn Meister Böcklin dargestellt hat, noch natürlich viel weniger der mephistophelische Splitterrichter, der nur aus Freude am Zerstören und in der Absicht, den Gegner zu verletzen, zu kränken und herunterzureißen, seine berechtigten oder unberechtigten Kritiken schreibt. Er führte nur triftige, bis ins einzelne klargelegte und wohlgestützte Gründe seiner gegenteiligen Ansicht an, denn er war ein anerkannter Meister in der kritischen Analyse und verfehlte daher auch nicht, den gegnerischen Worten alle nur möglichen, dem Gegner günstigen Auslegungen zu geben, um ja auch keine Möglichkeit eigenen Mißverständnisses außer acht zu lassen. Zu alledem aber wurden seine kritischen Auslassungen stets gemildert durch einen natürlichen, oft urwüchsigen, sehr oft witzig-boshaft erscheinenden, aber immer im Grunde harmlosen Humor, dem man es anmerkte, daß er dem Herzen entstammte und der die sachliche Schärfe der Auslassungen mildern sollte. Nur wenn der Gegner Autoritätsansprüche geltend machte oder eine überhebliche Allwissenschaft zur Schau trug oder sich den Anschein der Unfehlbarkeit gab, dann konnte unser Freund eine wuchtige Geißel des Spottes schwingen; denn Sachlichkeit und Wahrheit war ihm alles, den Schein verfolgte er.

Ein hochgestimmtes Wahrheits- und Gerechtigkeitsgefühl ließ ihn vor keiner Schranke haltmachen, ließ vor seinen Augen keine Unterschiede gelten. Daher fand er Freunde in allen Schichten der Bevölkerung.

Seine Freundschaft mit mir war durchaus kein blindes Zusammengehen durch Dick und Dünn. Wir waren oft gegenteiliger Ansicht, sei es in politischen Dingen, oder wenn ihm nach meiner Auffassung sein Temperament durchgegangen war, oder er nur die Sache, nicht den Menschen sah. Aber immer wieder war es die Ehrlichkeit und Anständigkeit seiner Gesinnung und die Lauterkeit seines Charakters und die fast kindliche, freimütige Offenherzigkeit, mit der er allen äußeren Fragen des Lebens entgegentrat, die mich zu ihm hinzogen. — Er war wirklich keine bloße Verstandesmaschine, kein „Nur"-Mathematiker, kein „Nur"-Gelehrter, sondern ein Künstler und ein Mensch dazu, von schönster Leidenschaftlichkeit, ohne Fanatismus, ohne eine Spur von Ehrgeiz oder von Eitelkeit, ohne eine andere Triebfeder seines Handelns als seine innere Überzeugung. Deswegen war er mir und vielen anderen der liebste Freund. Ein gütiges Geschick hatte ihn mit den Gaben des Geistes in hohem Maße gesegnet, der mitreißende Zauber der Genialität ging von ihm aus, der Frohsinn und die Freude waren seine Begleiter vom Beginn unserer Freundschaft bis zu seinem Abschiede. Es gilt von uns, was bei Gottfried Keller zu lesen steht: „Wir sahen uns zuweilen täglich, zuweilen wöchentlich, zuweilen des Jahres nur einmal, wie es der Lauf der Welt mit sich brachte; aber jedesmal, wo wir uns sahen, ob täglich oder nur jährlich, war es uns ein Fest."

Veröffentlichungen.

1. *Über die Invarianten linearer und quadratischer binärer Differentialformen und ihre Anwendung auf die Deformation der Flächen.* Inaug.-Diss. Berlin 1899. Acta mathematica **23**, 121—170, 1900.
2. *Ebene und sphärische Trigonometrie.* Sammlung Göschen Nr. 99. 1. Aufl. 1899. 2., mit neuen Figuren versehene Aufl. 1904; 3. Aufl. 1920.

3. *Über Beweise von Schnittpunktsätzen.* Archiv der Math. und Phys. (III), **3**, 121—123, 1902.
4. *Über die Gleichung der geodätischen Linien.* Sitz.-Ber. d. Berl. Math. Ges. **1**, 55—59, 1902.
5. *Über die projektive Geometrie.* Sitz.-Ber. d. Berliner Math. Ges. **2**, 36—40, 1903.
6. *Desarguesscher Satz und Zentralkollineation.* Archiv der Math. und Phys. (III) **6**, 123—127, 1904.
7. *Über die kritische Mathematik.* Sitz.-Ber. d. Berliner Math. Ges. **3**, 21—28, 1904.
8. *Die Konstruktion der Vertikal-Sonnenuhr.* Deutsche Uhrmacherzeitung 1904, Nr. 20 und 21.
9. *Das Unendliche in der Mathematik.* Abhandlungen der Friesschen Schule. Neue Folge I, 137—190, 1904.
10. *Über einen geometrischen Calcul (Verknüpfungs-Calcul).* Acta mathematica **29**, 1—23, 1905.
11. *Beweis des Desarguesschen Satzes aus dem Pascalschen.* Math. Annalen **61**, 161—172, 1905.
12. *Begründung der elliptischen Geometrie.* Math. Annalen **61**, 173—184, 1905.
13. *Neue Begründung der Sphärik.* Sitz.-Ber. d. Berliner Math. Ges. **4**, 69—77, 1905.
14. *Geh. Regierungsrat Professor Dr. Guido Hauck †.* Zentralblatt der Bauverwaltung **25**, Nr. 11, 1905.
15. *Guido Hauck †.* Zeitschr. f. math. und naturw. Unterricht **37**, 71—76, 1906.
16. *Eine kombinatorische Aufgabe.* Math. naturw. Blätter, Jahrg. **5**, 1906.
17. *Grundbegriffe der Mengenlehre.* Abhandlungen der Friesschen Schule. Neue Folge I, Heft IV, 220 S., 1906.
18. *Über die Projektion des räumlichen Punktgitters.* Sitz.-Ber. d. Berliner Math. Ges. **5**, 64—70, 1906.
19. *Beitrag zur zeichnerischen Behandlung der Kegelschnitte.* Sitz.-Ber. d. Berliner Math. Ges. **6**, 17—23, 1907.
20. *Potenzen transfiniter Ordnungszahlen.* Jahresber. d. Deutschen Math. Ver. **16**, 130—137, 1907.
21. *Kritik und System in Mathematik und Philosophie.* Abhandlungen der Friesschen Schule. Neue Folge II, 81—152, 1907.
22. *„Persönliche" und „sachliche" Polemik.* Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie und Soziologie **32**, 402—408, 1907.
23. *Willkürliche Schöpfungen des Verstandes?* Jahresber. d. Deutschen Math. Ver. **17**, 145—162, 1908.
24. *Erwiderung auf die Bemerkung von Ph. Frank.* Jahresber. d. Deutschen Math. Ver. **17**, 230—231, 1908.
25. *Kettentheorie und Wohlordnung.* Journ. f. d. reine und angewandte Math. **135**, 81—133, 1909.
26. *Zählen und Anschauung.* Atti del IV congr. intern. dei matematici. III. 1909
27. *Transzendenz von e und π*, ein Beitrag zur höheren Mathematik vom elementaren Standpunkt aus. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner, X + 106 S. 8°. **1912.**

28. *Mengenlehre.* Taschenbuch für Mathematiker u. Physiker, herausg. v. F. Auerbach u. R. Rothe, Leipzig, B. G. Teubner, 2. Jahrg. 1911, 71–80; 3. Jahrg. 1913, 69—81.

29. *Kultur und Technik.* Festrede aus Anlaß der Ehrenpromotion S. M. des Kaisers, gehalten bei der Akademischen Feier in der Jahrhunderthalle zu Breslau am 14. Juni 1913. Schlesische Zeitung, 8 S. 8°. 1913.

30. *Aus der Geschichte der Berliner Akademie der Wissenschaften im achtzehnten Jahrhundert.* Rede zur Feier des Geburtstages S. M. des Kaisers gehalten am 26. Januar 1914 in der Aula der Kgl. Technischen Hochschule Breslau. 16 S. 8°. 1914.

31. *Elementare Beweise für eine Maximumseigenschaft des Sehnenvierecks.* Math. Abhandlungen, H. A. Schwarz zu seinem 50jährigen Doktor-Jubiläum gewidmet. 76—83, 1914.

32. *Vektorielle Begründung der Differentialgeometrie.* Math. Annalen **78**, 187—217, 1917.

33. *Lehrsätze über konvexe Körper.* (Gemeinsam mit W. Blaschke.) Jahresber. d. Deutschen Math. Ver. **26**, 215—220, 1917.

34. *Lehrbuch der darstellenden Geometrie.* 2 Bände. Autographierte Ausgabe für Kriegsteilnehmer. 1920.

35. *Lehrbuch der analytischen Geometrie der Ebene und des Raumes.* Autographierte Ausgabe für Kriegsteilnehmer. 1920.

36. *Vom Sinn der Zahlen.* Akademische Antrittsrede in Tübingen, 24 S. 4°. 1922.

37. *Gelenkmechanismen zur Kreisverwandtschaft.* Tübinger Naturwissenschaftliche Abhandlungen 6. Heft, 16 S. 8°. 1924.

38. *Beispiel zur Richtungsübertragung.* Vortrag, geh. auf d. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Innsbruck. September 1924. Jahresber. d. Deutschen Math. Ver. **33**, *93—95*, 1925.

(Eingegangen am 21. 3. 1926.)