Mit ergebenstem Gruss
überreicht vom Verfasser

# Materialien

für eine

# wissenschaftliche Biographie von Gauß.

Gesammelt von

**F. Klein, M. Brendel** und **L. Schlesinger.**

---

Heft V.

## C. F. Gauß als Geometer.

Von **P. Stäckel** in Heidelberg.

---

In Kommission bei B. G. Teubner in Leipzig
1918.

# Materialien für eine wissenschaftliche Biographie von Gauss.

Gesammelt von **F. Klein, M. Brendel** und **L. Schlesinger.**

## V. C. F. Gauss als Geometer.

Von

**P. Stäckel** in Heidelberg.

Vorgelegt in der Sitzung vom 26. Oktober 1917 durch Herrn F. Klein.

### Verzeichnis der Abkürzungen.

W. für C. F. Gauß, Werke I—XI.

T. für das Wissenschaftliche Tagebuch, W. X 1, S. 488–572.

Br. G.-Sch. für Briefwechsel zwischen Gauß und Schumacher I—VI, Altona 1860–1865.

Br. G.-O. für Briefwechsel zwischen Gauß und Olbers, in W. Olbers, Sein Leben und seine Werke II 1 und II 2, Berlin 1900 und 1909.

Br. G.-Bessel für Briefwechsel zwischen Gauß und Bessel, Leipzig 1880.

Br. G.-Bolyai für Briefwechsel zwischen Gauß und W. Bolyai, Leipzig 1899.

P. Th. für P. Stäckel und F. Engel, Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauß, eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der nichteuklidischen Geometrie, Leipzig 1895.

Bol. für W. und J. Bolyai, Geometrische Untersuchungen herausgegeben von P. Stäckel; I. Leben und Schriften der beiden Bolyai, II. Stücke aus den Schriften der beiden Bolyai, Leipzig 1913.

Lob. für N. Jw. Lobatschefskij, zwei geometrische Abhandlungen, aus dem Russischen übersetzt, mit Anmerkungen und mit einer Biographie des Verfassers von F. Engel, Leipzig 1898—99.

Sartorius für W. Sartorius v. Waltershausen, Gauß zum Gedächtniß, Leipzig 1856.

Bachmann für P. Bachmann, Über Gauß' zahlentheoretische Arbeiten, diese Materialien, Heft 1, 1911; W. X 2, S. 1.

Schlesinger für L. Schlesinger, Über Gauß' Arbeiten zur Funktionentheorie, diese Materialien, Heft III, 1912; W. X 2, S. 77.

## 1.
## Einleitung.

Gauß gehört zu den großen Mathematikern, deren eigentümliche Begabung schon in der ersten Jugend durch ungewöhnliche Leistungen im Zahlenrechnen hervortrat. Auch während er das Collegium Carolinum zu Braunschweig besuchte (1792—1795), hat er viel gerechnet; schon im Jahre 1794 erfand er die Methode der kleinsten Quadrate. Auf umfangreiches numerisches Beobachtungsmaterial gründen sich auch die 1795 beginnenden Untersuchungen in der höheren Arithmetik, die 1801 in den Disquisitiones arithmeticae einen ersten Abschluß erhalten. Neben die zahlentheoretischen Untersuchungen treten in diesen Jahren höchster Schaffenskraft die Entdeckungen auf dem Gebiete der elliptischen Funktionen, und auch die Algebra gehört, wie das Tagebuch[1]) zeigt und die Dissertation (1799) bestätigt, zu den mathematischen Gegenständen, denen sich der junge Gauß zuwendet. Im Vergleich zur Analysis steht die Geometrie im Hintergrunde; doch läßt eine Aufzeichnung im Tagebuch vom September 1799 (T. Nr. 99) schon die große Frage nach den Gründen der Geometrie anklingen.

Die nun einsetzende astronomische Periode, die sich bis etwa 1816 erstreckt, bringt nach Außen hin keine wesentliche Änderung, denn unter den Veröffentlichungen kommen nur Beiträge zur elementaren Geometrie in Betracht. Nachlaß und Briefwechsel zeigen jedoch, daß die Forschungen über die Grundlagen der Geometrie nicht geruht haben, und gerade in der Zeit zwischen 1810 und 1816 ist Gauß zu den grundlegenden Begriffen und Sätzen aus der Lehre von den krummen Flächen gelangt.

Mit dem Jahre 1816 beginnt die Zeit der Geodäsie. Vorbereitet durch theoretische Arbeiten über die kürzesten Linien auf dem Sphäroide, betätigt sich Gauß 1821 bis 1825 bei den Messungen im Felde. Den Weg zu Größerem bahnend, verfaßt er 1822 die Kopenhagener Preisschrift über die konforme Abbildung krummer Flächen, und 1828 erscheinen, als reife Frucht langer Mühen, die Disquisitiones generales circa superficies curvas, in denen aus

1) Das von Gauß während der Jahre 1799 bis 1815 geführte wissenschaftliche Tagebuch oder Notizenjournal ist abgedruckt W. X 1, S. 488—572; es wird im Folgenden mit T. angeführt.



den Anwendungen heraus ein neuer Zweig der reinen Mathematik selbständiges Leben gewinnt.

Noch zu einer zweiten Reihe von Untersuchungen hat die geodätische Tätigkeit den Anstoß gegeben, zu sehr eingehenden Forschungen über die Grundlagen der Geometrie. Hier ist Gauß nicht dazu gelangt, seine Gedanken ausführlich niederzuschreiben, und wir sind auf spärliche Notizen und einzelne Stellen in Briefen angewiesen.

Es folgt die Periode der mathematischen Physik. Als diese etwa 1841 geendet hat, kommt es zu einer Nachblüte der geometrischen Forschung. Es entstehen die beiden Abhandlungen über Gegenstände der höheren Geodäsie (1843 und 1846); die Grundlagen der Geometrie werden wieder aufgenommen und erweiterte Auffassungen gewonnen, geometrische Aufgaben verschiedener Art werden behandelt, und Gauß kehrt auch zu zwei Gebieten zurück, die ihn von jeher angezogen hatten und denen er hohe Bedeutung beimaß: zur Geometria situs und zur geometrischen Versinnlichung der komplexen Größen.

Wie Sartorius[1]) berichtet (S. 80), hat Gauß sich dahin geäußert, „in seiner frühesten Jugend habe ihm die Geometrie wenig Interesse eingeflößt, welches sich erst später bei ihm in hohem Maße entwickelt habe". Die Arithmetik war und blieb ihm die „Königin der Mathematik", deren Hofstaat die andern Zweige der Analysis angehörten. Gewiß war ihm das geometrisch-anschauliche Denken nicht fremd, aber bei seinen geometrischen Untersuchungen hat er fast überall die analytischen Methoden bevorzugt. „Es ist nicht zu leugnen", heißt es in der Besprechung der Beschreibenden Geometrie von Monge (W. IV, S. 359), „daß die Vorzüge der analytischen Behandlung vor der geometrischen, ihre Kürze, Einfachheit, ihr gleichförmiger Gang und besonders ihre Allgemeinheit sich gewöhnlich um so entschiedener zeigen, je schwieriger und verwickelter die Untersuchungen sind". Er war sich jedoch dessen wohl bewußt, daß „die logischen Hilfsmittel für sich nichts zu leisten vermögen und nur taube Blüten treiben, wenn nicht die befruchtende, lebendige Anschauung des Gegenstandes überall waltet" (W. IV, S. 366). Die Pflege der rein geometrischen Methoden hielt er für „unentbehrlich beim frühern jugendlichen Studium, um Einseitigkeiten zu verhüten, den Sinn für Strenge und Klarheit zu schärfen und den Einsichten eine Lebendigkeit und Unmittelbarkeit zu geben, welche durch die analytischen Methoden

1) Sartorius von Waltershausen, Gauß zum Gedächtniß, Leipzig 1856; im Folgenden mit Sartorius angeführt.

usw. bis S. 139

superficies curvas) von Carl Friedrich Gauß (1827). Deutsch herausgegeben von A. Wangerin. Heft 5 von Ostwald's Klassikern der exakten Wissenschaften, Leipzig 1889, 62 S.; zweite revidierte Auflage, Leipzig 1900, 64 S.

In den Budapester Mathematisch-physikalischen Blättern hat Nikolaus Szíjártó eine Übersetzung ins Magyarische veröffentlicht:

(8) A felületek általános elmélete. Irta Gauß Károly Frigyes. Forditotta Szijártó Miklós. Mathematikai és physikai lapok, Band 6, Budapest 1897, S. 45—114.

Eine Übersetzung ins Englische enthält das Buch:

(9) Karl Friedrich Gauß, General investigations of curved surfaces of 1827 and 1825. Translated with notes and a bibliography by J. C. Morehead and A. M. Hiltebeitel. The Princeton University Library, 1902.

Die Einleitung von H. D. Thompson gibt bibliographische Notizen. Es folgt S. 1—44 die Übersetzung der Disq. gen. Beigegeben sind Übersetzungen der Selbstanzeige und der 1900 im achten Bande der Werke aus dem Nachlaß herausgegebenen Neuen allgemeinen Untersuchungen über die krummen Flächen.

---

# Inhaltsverzeichnis.