

Überreicht vom Verfasser

STILARTEN MATHEMATISCHEN SCHAFFENS

VON

LUDWIG BIEBERBACH

SONDERAUSGABE AUS DEN SITZUNGSBERICHTEN
DER PREUSSISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
PHYS.-MATH. KLASSE. 1934. XX

BERLIN 1934
VERLAG DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
IN KOMMISSION BEI WALTER DE GRUYTER U. CO.

(PREIS *RM* 1.—)

STILARTEN MATHEMATISCHEN SCHAFFENS

VON

LUDWIG BIEBERBACH

SONDERAUSGABE AUS DEN SITZUNGSBERICHTEN
DER PREUSSISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
PHYS.-MATH. KLASSE. 1934. XX

BERLIN 1934
VERLAG DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
IN KOMMISSION BEI WALTER DE GRUYTER U. CO.
(PREIS *RM* 1.—)

Wenn man sich für historische Fragen in der Mathematik interessiert, so kann es einem auffallen, wie verschieden der gleiche Gegenstand von verschiedenen Männern behandelt wird. 1821 hat Cauchy und 1825 hat Gauß eine Theorie der imaginären Zahlen entwickelt. Beide Theorien mögen hier zunächst einmal miteinander verglichen werden. Cauchy beginnt das Kap. 7 seines Cours d'analyse mit folgenden Sätzen: »In der Analysis nennt man symbolischen Ausdruck oder Symbol jede Kombination algebraischer Zeichen, die von sich aus nichts bedeutet, oder der man einen Wert zuerteilt, der von dem verschieden ist, den sie von Natur haben müßte. Ebenso nennt man symbolische Gleichungen alle die, welche, wörtlich genommen oder in üblicher Deutung, falsch oder sinnlos sind, aus denen man aber richtige Ergebnisse gewinnen kann, wenn man nach festen Regeln entweder die Gleichungen selbst oder die darin enthaltenen Symbole ändert. . . . Unter den für die Analysis wichtigen symbolischen Ausdrücken und Gleichungen verdienen die besondere Hervorhebung, welche man imaginär genannt hat. . . . Im allgemeinen nennt man imaginären Ausdruck jeden symbolischen Ausdruck $a + i\beta$, wo a und β reelle Größen sind.«

Es folgen dann die Definitionen der Gleichheit, von Summe, Produkt und Quotient.

Wenn man solche Ausführungen liest, so entstehen eigentümliche Gefühle des Unbefriedigtseins¹. Man fühlt sich befremdet. Man denkt wohl auch, das sei eine altertümliche, überholte Sache, längst abgelöst von besseren Theorien.

Man stutzt, wenn man in einem modernen Buch ganz ähnliche Gedankengänge findet. Kap. 13 von Goursats Cours d'analyse beginnt so: Man nennt imaginäre Größe oder komplexe Größe jeden Ausdruck von der Form $a + ib$, in dem a und b zwei beliebige reelle Zahlen sind und i ein besonderes Symbol bedeutet, das man eingeführt hat, um der Algebra größere Allgemeinheit zu geben. Eine komplexe Größe ist im Grund nur ein System von zwei reellen Größen, die in einer gewissen Reihenfolge angeordnet sind. Obwohl Ausdrücke wie $a + ib$ an sich keine konkrete Bedeutung haben, kommt man überein, auf sie die gewöhnlichen Regeln algebraischer Rechnung anzuwenden, indem man noch verabredet, überall das Quadrat i^2 durch -1 zu ersetzen.

¹ Hankel spricht von einem Gallimathias.

Dann folgen die Definitionen von Gleichheit, Summe und Produkt. Dann die Zuordnung eines Punktes x, y zu der komplexen Zahl $x + iy$. Dann kommt der Satz: Man gibt so rein symbolischen Ausdrücken eine konkrete Bedeutung, und jede Aussage über komplexe Größen entspricht einem Satz der ebenen Geometrie.

Im wesentlichen ist das die Cauchysche Theorie, ergänzt durch einige Konzessionen an die Theorie der Zahlenpaare und an die geometrische Deutung.

Man ist vielleicht geneigt, sich das damit zu erklären, daß es Goursat nicht gelungen ist, sich von veralteten Auffassungen ganz frei zu machen. Daß diese Erklärung nicht stimmen kann, wird wohl deutlich, wenn man in Poincarés¹ Wissenschaft und Hypothese S. 27 liest: »Der Verstand hat die Fähigkeit, Symbole zu schaffen, und dadurch konstruiert er das mathematische Kontinuum, welches nichts anderes ist als ein besonderes System von Symbolen«. Oder S. 51 »Die geometrischen Axiome sind auf Übereinkommen beruhende Festsetzungen«. Zwar beziehen sich diese Sätze nicht unmittelbar auf die Theorie der komplexen Zahlen; aber sie beschreiben eine Einstellung, die genau der entspricht, von der Cauchys Theorie der komplexen Zahlen getragen ist, und die auch Goursats Darstellung beeinflusst hat. Also nicht eine veraltete, sondern eine eigentümliche Theorie liegt da vor, die ihren Grund in der Veranlagung ihrer Schöpfer hat. Ein gewisser Denktypus spricht daraus.

Diese Auffassung erhält eine weitere Stütze, wenn man der Cauchyschen die Gaußsche Theorie der komplexen Zahlen gegenüberstellt. Gauß' Werke II S. 171 lesen wir: »Der Verf. nennt jede Größe, $a+ib$, wo a und b reelle Größen bedeuten und i der Kürze wegen anstatt $\sqrt{-1}$ geschrieben ist, eine komplexe ganze Zahl, wenn zugleich a und b ganze Zahlen sind.« (Ähnlich S. 102.) S. 174: »Die Versetzung der Lehre von den biquadratischen Resten in das Gebiet der komplexen Zahlen . . . könnte die Meinung veranlassen, daß die Untersuchung dadurch gleichsam in die Luft gestellt sei, eine schwankende Haltung bekomme und sich von der Anschaulichkeit ganz entferne. Nichts würde unbegründeter sein als eine solche Meinung. Im Gegenteil ist die Arithmetik der komplexen Zahlen der anschaulichen Versinnlichung fähig . . .« Die Ausführungen schließen mit den Worten: »Hier ist also die Nachweisbarkeit einer anschaulichen Bedeutung von $\sqrt{-1}$ vollkommen gerechtfertigt, und mehr bedarf es nicht, um diese Größe in das Gebiet der Gegenstände der Arithmetik zuzulassen«.

Es ist mit Händen zu greifen, daß da ein ganz anderer Menschentypus aus den Darlegungen von Gauß spricht als aus denjenigen von Cauchy. Mag die Mathematik aus ewigen Wahrheiten bestehen, die Art, wie sie dar-

¹ D. i. also des größten Mathematikers, den Frankreich hervorgebracht hat.

gestellt, behandelt oder abgeleitet werden, entspringt der menschlichen Eigenart. Von ihrem Ermessen hängt es auch ab, worin man den letzten Seinsgrund und die letzte Rechtfertigung mathematischer Wahrheiten sieht.

Will man die geistigen Typen beschrieben, die hinter diesen Auffassungen stehen, so bedient man sich zweckmäßig der Erkenntnisse der Jaenschschen Typenpsychologie. Es sind der S-Typus und der J-Typus, die uns bei Cauchy und Gauß entgegentreten, in ziemlich deutlicher Ausprägung. Der S-Typus, der nur das wertet, was dem Geiste entspringt, was der Geist in die Wirklichkeit hineinsieht. Der J-Typus, der mit allen Sinnen und psychischen Funktionen der Wirklichkeit offen ist, dem so Anschauung und Denken zur harmonischen Einheit verschmelzen.

Poincaré war einer der ersten, die auf strukturelle Verschiedenheiten im mathematischen Schaffen großer Forscher hingewiesen haben. S. 213 von Wissenschaft und Hypothese schildert Poincaré den Eindruck, den Maxwells Elektrizität und Magnetismus auf einen französischen Geist macht: »Wenn ein französischer Leser das Buch von Maxwell zum ersten Mal öffnet, so mischt sich ein Gefühl des Mißbehagens, oft sogar des Mißtrauens in seine Bewunderung«. Die Ideen des englischen Gelehrten führen sich wahrscheinlich so schwer in Frankreich ein, »weil die von den meisten gebildeten Franzosen erhaltene Erziehung sie besonders dazu beanlagt, die Genauigkeit und die Logik jeder anderen Eigenschaft vorzuziehen«. Die französischen Meister von Laplace bis Cauchy gehen von klar ausgesprochenen Hypothesen aus, leiten aus ihnen mit mathematischer Strenge alle Folgerungen ab und vergleichen sie dann mit der Erfahrung. Bei Maxwell ist der Weg ein anderer. Der Ausgangspunkt ist nicht die Hypothese, sondern die Erfahrung, die Wirklichkeit. Diese leitet zu gewissen begrifflich faßbaren Vorstellungen hin. So zeigt sich schließlich, wie der formale Apparat der Mechanik zur Beschreibung der Zusammenhänge zwischen den aus der Erfahrung gewonnenen elektromagnetischen Begriffen dienen kann. Wieder stehen einander hier die gleichen Strukturtypen gegenüber. Nur meine ich, es wird nicht eigentlich die Erziehung sein, welche die französischen Meister zu dieser Art des Denkens bringt, ebensowenig wie es die Erziehung Maxwells ist, welche seine Eigenart bedingt. Die Eigenart liegt in den Anlagen, wie sie die verschiedenen in einem Volk vertretenen Rassen und das davon bedingte Volkstum bewirken¹. Die Erziehung kann die Eigenart entwickeln, namentlich dann, wenn auch das Erziehungssystem dem Volkstum entspricht. Die Schulung an Descartes' Philosophie könnte wohl da herangezogen werden. Aber ist sie nicht selber ein guter Ausdruck der französischen Art?

¹ Extreme Rassenmischung neigt zum Konventionalismus, weil die bodenständige Sicherheit fehlt.

Nehmen wir noch ein Beispiel aus der unmittelbaren Gegenwart: Kürzlich hat Edmund Landau seine Differential- und Integralrechnung erscheinen lassen. Auch Landau ist ein selten ausgeprägter Repräsentant einer Stilart. Die Behandlung der trigonometrischen Funktionen in diesem Buch ist dafür charakteristisch. Sinus und Cosinus werden durch ihre Potenzreihen eingeführt, die Zahl π als die kleinste positive Nullstelle von $\cos x$ definiert. Wie groß π sei, was die von Landau so merkwürdig definierte Zahl mit der gleichbenannten schulbekannten Zahl zu tun hat, davon erfährt der Leser kein Sterbenswort. Denn »die gegebenenfalls erforderliche Darstellung der Axiome und Elemente der Geometrie (die zu kennen Landau versichert) würde einen neuen Band erfordern«. Die »(schwierige) Aufgabe war lediglich, aus den vielen vorhandenen Tatsachen diejenigen auszuwählen, die« er »am liebsten dem Lernenden zum Beginn seines Studiums vermittelt, sie in eine zweckmäßige Reihenfolge zu bringen und vor allem die oft unausgesprochenen Definitionen und Sätze aufzuspüren, die als Kitt zur Errichtung des ganzen Baus mit den gewünschten Stockwerken in ihrer gewünschten Anordnung gebraucht werden«. Diese Auffassung von Mathematik hat es zur Folge, daß die trigonometrischen Funktionen willkürlich aus ihrem mathematischen Standort herausgerissen werden, daß eine Definition gegeben wird, die aus anschaulichen Belangen und aus dem natürlichen Standort nicht zu rechtfertigen ist. Mathematische Axiomatik mag es gewiß erlauben, solche Gedankengänge zu verfolgen. Es mag eine Übungsaufgabe zur Axiomatik sein, einmal diesen Ausschnitt der Theorie zu behandeln. Es ist aber für die Denkweise des S-Typus kennzeichnend, sich für berechtigt zu halten, einen willkürlichen Ausschnitt einer natürlichen Theorie statt der wahren Wirklichkeit zu nehmen. Uns Deutsche läßt eine solche Rumpftheorie unbefriedigt. Wir verlangen, daß die Theorie dem natürlichen Standort entspringt und das enthält, worin wir das Wesen der trigonometrischen Funktionen und den Anlaß zu ihrer Behandlung sehen. Es ist auch durchaus möglich, die Theorie so darzustellen, daß logische Sauberkeit und die genannten Belange zur Einheit verschmelzen. Die Vorlesungen von Erhard Schmidt — und seinem Vorbild sind schon manche gefolgt — beweisen das. Er behandelt die Lehre vom bestimmten Integral vor der Differentialrechnung und bekommt damit die Mittel zur Hand, die Theorie der trigonometrischen Funktionen systematisch und organisch aufzubauen, ohne dabei wesentliche Belange vernachlässigen zu müssen.

Auch über solche konkreten Beispiele hinaus gewinnt der Leser mathematischer Literatur feste Eindrücke von mathematischen Stilarten. Gauß und Euler z. B., zwei große Mathematiker, der eine Niedersachse, der andere Alemanne. Beide haben maßgebend die Entwicklung der Mathematik be-

einflußt. Aber niemand wird eine Arbeit von Gauß mit einer Arbeit von Euler verwechseln. Bei Gauß ist es ein sachliches, tätiges den Dingen Gegenüberstehen, die Schwierigkeiten mit allen Kräften meisternd, bei Euler ein spielerisches Einssein mit den Dingen. Bei Gauß Abstand von den Dingen und freies Urteil, Aufgeschlossenheit gegen die Wirklichkeit, aber kein Einssein mit ihr.

Um ein moderneres Beispiel zu nennen: Niemand wird Arbeiten von Klein und von Weierstraß miteinander verwechseln. Bei beiden Männern handelt es sich um den Ausgleich der beiden sich anscheinend widerstreitenden Tendenzen von Anschauung und Denken in der mathematischen Betätigung. Eine Anschauung, die logischem Nachdenken nicht standhält, lehnt auch Klein ab. Sein Stiltypus verbietet ihm aber, der Anschauung den Rücken zu kehren, wenn die logische Kritik auf Unstimmigkeiten stößt. Für ihn ergibt sich als Folgerung: Erziehung der Anschauung, sie lerne aus der Kritik. So ergibt sich für ihn eine eigentümliche Art, die Dinge von allen Seiten zu betrachten und zu prüfen, bis sich ihm die Gewißheit einstellt, nichts Wesentliches übersehen zu haben. Seine Art von Darstellung und Vortrag ist nicht eigentlich deduzierend, sondern erklärend. So mögen auch Gauß und Riemann ihre Ergebnisse gefunden haben, nur daß bei Gauß sich ein stark abstrahierendes logisches Formgefühl darüber lagerte, das die Funde dann noch auf rein logischem Wege zu verankern bestrebt war. Das fehlt bei Klein. Und doch hat meines Wissens Klein nie ein Ergebnis aufgestellt, das nicht jeder Kritik standhält, selbst dann, wenn das von ihm selber als Beweis Vorgetragene Lücken hatte.

Weierstraß steht wohl mehr unter dem Eindruck der Gaußschen Formgebung. So haftet der Weierstraßschen Art gegenüber der Kleinschen etwas Herbes, Schweres an. Es sind Dinge, die unmittelbar durch die Beschreibungen verständlich werden, die Rassekundler von der geistigen Art geben. Es ist bei Weierstraß die schwere fälische Art, die bei Gauß mit der nordischen gemischt war, während bei Klein zu dem vorherrschend nordischen Zug ein gewisser dinarischer Einschlag kam.

Weierstraß' Wirken fiel in eine Zeit, da undisziplinierte Verwendung der Anschauung auf der einen, zügelloser Gebrauch des abstrakten Verstandes auf der anderen Seite zu Schwierigkeiten, ja zu Paradoxien geführt hatten. Denn merkwürdigerweise wirkten z. B. die Paradoxien der Mengenlehre nicht dahin, daß man sich von einem der Wirklichkeit abgekehrten abstrakten Gebrauch des Verstandes abwandte, sondern der Veranlagung derer, die sich mit Mengenlehre vor allem befaßten, entsprechend dahin, daß man sich von der Anschauung abwandte. Denn die Fehler und die Paradoxien sollten nicht von den wirklichkeitsfremden Verstiegenheiten, sondern vielmehr von dem menschlichen Anteil am Gebrauch des Verstandes herrühren. Ausschaltung

der Eigenart des Forschers, Verabsolutung und Entmenschlichung der Mathematik sollten den Schutz vor Fehlern und Paradoxien liefern. Die von Jaensch so genannte cartesische Angst vor dem Irrtum hat unseren Wissenschaftsbetrieb nachhaltig und nachteilig beeinflusst. Der mathematische Unterricht der Hochschulen, ja auch der Schulen, vergaß alles andere über der steten Sorge, die Methoden vorzuführen, die Weierstraß und andere zur Disziplinierung der Anschauung, zur Sicherung vor Fehlleitung durch undisziplinierte Anschauung erdacht haben. Weierstraß hat selbst nie etwas über diese Methoden veröffentlicht, er hat sie ebenso wie sein unmittelbarer Schüler Schwarz auf konkrete Probleme angewandt. So hat sich der klassische Stil von Schwarz gebildet, der straffe logische Form mit anschaulichem Gehalt vereint. Erst die Epigonen hielten die Sicherung für wichtiger als die Ergebnisse. Wir versäumten im Unterricht, über der steten Sorge um die Methode, den Blick zu richten auf Sinn und Bedeutung, auf Inhalt und organischen Zusammenhang.

Klein, in seiner bodenständigen Art, sah diese Gefahren, so kämpfte er stets für die Fruchtbarmachung von Verstand und Sinnen in Forschung und Lehre; kein Verkümmern des einen auf Kosten des anderen. Der heute wieder propagierte Gedanke, die Abkehr von der Anschauung liege mit Notwendigkeit in der Linie der Entwicklung, war seiner Art fremd.

Man hat oft in Klein einen Vorläufer des Formalismus sehen wollen. Eine Geistesrichtung, die überall nur das Abstrakte, das Allgemeine und das Formale wertet, mußte wohl bei dem Versuch, auch Klein einen Platz anzuweisen, auf die Idee kommen, daß die Kleinsche Entdeckung von der Isomorphie verschiedener mathematischer Gebiete vom Formalismus aus zu werten sei. Klein selber hat sich freilich gegen eine solche Abwertung mit allen Kräften gewehrt. Aber die anderen glauben ja manchmal besser zu wissen als man selber, was man eigentlich wert ist und will. In der Tat hat ja Klein, von den geometrischen Übertragungsprinzipien angeregt, als erster die logisch gleiche Struktur verschiedener mathematischer Theorien ins allgemeine Bewußtsein gerückt. Für die Formalisten war dies das Signal, zu sagen, daß es somit auf den Inhalt nicht ankomme. Wenn man die logische Form habe, dann könne jeder Kellner den Inhalt hineingießen. Für Klein indessen war der Inhalt die Hauptsache, die gleiche logische Struktur nur das Mittel, Ergebnisse des einen Gebietes für das andere nutzbar zu machen. Für Klein lag also der Ton nicht auf der gleichen logischen Struktur verschiedener Gebiete, sondern auf der Möglichkeit, dieselbe logische Form mit verschiedenem Inhalt zu erfüllen. Der Kleinsche Gedanke erlaubt es, sich von der suggestiven Kraft tragen zu lassen, die darin liegen kann, daß in einem von zwei Gebieten mit gleicher logischer Struktur die Gegenstände und das Operieren mit ihnen uns ge-

läufiger sind, weil wir eine klarere Vorstellung mit ihnen verbinden als mit den entsprechenden Gegenständen des anderen, obwohl es sich rein logisch genommen um die gleichen Gedankengänge handelt. Auch ist jedem Eingeweihten geläufig, daß es in isomorphen Theorien oft verschiedene Sätze sind, die im Mittelpunkt stehen. Was in dem einen Gebiet interessant und wichtig erscheint, wirkt in dem anderen trivial oder langweilig. Klein sieht gerade darin die Schönheit und das Leben mathematischer Sätze.

Klein, der sein Leben lang im Kampfe um die Geltung seiner Anschauungen stand gegenüber dem steten Umsichgreifen des internationalen¹ Formalismus, hatte auch einen guten Blick für die Quelle der Stilunterschiede. Schon 1893 hat er in einer Gastvorlesung in Amerika folgendes gesagt: Die Stärke der Raumanschauung ist in verschiedenen Individuen, vielleicht auch in verschiedenen Rassen verschieden. Ich möchte glauben, daß die wohlentwickelte Raumanschauung ein vorherrschendes Merkmal der Deutschen Rassen ist, während der rein logische Sinn bei den romanischen und hebräischen Rassen reicher entwickelt ist. Eine genaue Untersuchung dieses Gegenstandes auf den von Galton in seinen Arbeiten zur Vererbungslehre eröffneten Wegen, scheint Interesse zu verdienen.

Wir leben heute in einer Zeit, da dieser Kleinsche Gedanke auf mehr Verständnis rechnen kann als vor 40 Jahren, da er ihn äußerte. Die rassische Zugehörigkeit äußert sich auf geistigem Gebiete im Stile des Schaffens und in der Wertung der Ergebnisse und, wie ich glaube, in der Einstellung zu den Grundlagenfragen. Denn gar zu deutlich prägen sich z. B. in dem Gegensatz zwischen Formalismus und Intuitionismus die beiden Haupttypen der Typenpsychologie aus. Der Formalismus, der unabhängig von menschlicher Eigenart ein absolutes Reich mathematischer Wahrheiten errichten will, der Intuitionismus, der davon ausgeht, daß das mathematische Denken eine menschliche Verrichtung ist und vom Menschen und seiner Eigenart somit nicht losgelöst werden kann. Am bekanntesten ist die verschiedene Einstellung beider Richtungen zum tertium non datur. Die unbedingte Anerkennung dieses logischen Satzes durch den Formalisten führt diesen schließlich dazu, zu sagen, ein Gegenstand existiere, wenn feststehe, daß die Annahme seiner Existenz mit keiner bekannten Tatsache (das sind seine Axiome) im Widerspruch stehe. Der Intuitionist hinwieder gibt eine solche Einstellung nicht zu, da sie ihm weitab von jeder natürlichen Einstellung zu logischen Belangen zu stehen scheint. Ich möchte an einem etwas drastischen Beispiel klarzumachen suchen, wo das Gefühl des Intuitionisten sich gegen die unbedenkliche Verwendung des tertium non datur sträubt. Wenn ich sage, es widerspricht keiner mir bekannten Tat-

¹ Es ist bezeichnend, daß diese Form des Internationalismus auch in Frankreich wenig Gegenliebe findet.

sache, daß sich in den Akten der Akademie ein Brief von Gauß' eigener Hand befindet, so wird niemand daraus den Schluß ziehen, es befinde sich also ein solcher Brief unter den Akten. Der Formalist aber verlangt von seinem Anhänger, daß er solche Existenzbeweise anerkenne.

Man kann nun den Grundlagenfragen gegenüber den Standpunkt einnehmen, es handele sich da um noch nicht entschiedene Fragen. Formalismus und Intuitionismus z. B. geben, so könnte man meinen, verschiedene Ansätze zur Lösung des gleichen Problems von den letzten Ausgangspunkten für einen Aufbau der Mathematik. Dabei ist aber schon übersehen, daß beide Theorien der Mathematik verschiedenen Inhalt verleihen würden. Ferner ist zu bemerken, daß der tatsächliche Sachverhalt doch der ist, daß der Formalismus seine Ansprüche noch nicht hat durchsetzen können, während der Intuitionismus einen stets vertretbaren Standpunkt einnimmt. Ganz analog ist es auch mit der Kleinschen Auffassung vom Wesen der Mathematik als einem Kapitel der Naturwissenschaft. Vom Standpunkt des Formalisten aus sind nun allerdings beides keine fertigen Theorien, weil sie nicht a priori Aufschluß geben können über einen endgültigen Inhalt der mathematischen Wissenschaft. Für die beiden letzten Auffassungen handelt es sich eben immer nur um die Sicherung des Bekannten, nicht um eine Aussage darüber, was alles noch bekannt werden kann.

Ich meine, es hängt von der Veranlagung des einzelnen Forschers ab, welcher Theorie er sich anschließt, oder ob er, wie die meisten, zwischen den Theorien lebt. Da diese Veranlagung durch Rasse und Volkstum ihre Struktur erhält, so bin ich der Meinung, daß der Streit um die Grundlagen der Mathematik rassistisch bedingt ist, oder anders ausgedrückt, daß die Stellungnahme dazu bestimmten Typen geistigen Schaffens entspricht. An sich wird der J-Typus zum Intuitionismus oder zu der Kleinschen Art neigen, während der Formalismus dem S-Typus zuzugehören scheint. Dem scheint die ostpreußische Abstammung des Begründers des Formalismus zu widersprechen. In der Tat kann man auch Hilbert nach seinen sonstigen Leistungen unmöglich dem S-Typus zurechnen. Aber es ist in der Typenpsychologie eine Form des J-Typus bekannt, die dazu neigt, den Einflüssen des S-Typus sich zu öffnen. Es ist das die Form, die Jaensch die Idealistenform des J-Typus nennt. Bekanntlich ist in Rassenkunde und Psychologie ein Typus nichts Starres. In der Beschreibung des Typus wird sozusagen eine ideale Mittellage der Merkmale gegeben, um welche die bei den Individuen des Typus tatsächlich angetroffenen Merkmale in bestimmter Weise schwanken können.

Ich habe in meinen Ausführungen an verschiedenen Beispielen darzulegen versucht, daß es in der mathematischen Betätigung Stilfragen gibt und daß daher Blut und Rasse auf die Art des mathematischen Schaffens von Einfluß

sind. Auch habe ich mich bemüht, an den Beispielen gerade auch die Deutsche Art des Schaffens hervorzukehren, auch im Vergleich mit fremden Schaffensarten. Ich habe zur Beschreibung der Stilarten bald von der Jaenschschen Typenpsychologie Gebrauch gemacht, bald die Charakterisierungen der Rassenkunde benutzt. Beiläufig bemerkt hat sich die Rassenkunde die Beschreibungsmittel der Psychologie noch nicht zunutze gemacht. Daß eine Beziehung besteht, ist aber unmittelbar einleuchtend. Z. B. ist in diesem Zusammenhang auffallend, daß die großen Deutschen Mathematiker fast ausnahmslos aus Familien stammen, die in den Verbreitungsgebieten der hellen Deutschen Rassen beheimatet sind.

Auch praktische Folgerungen ergeben sich aus den Dingen, die ich geschildert habe. Wenn man als eine Tendenz unserer Bevölkerungspolitik häufig das Wort Aufnordung hört, so will mir scheinen, daß man in Richtung einer Bevorzugung unserer nordischen Rassenkomponente wirken könnte, wenn man den Unterricht auf die Art abstellt, die die unserer großen Deutschen Mathematiker war. Sie haben fast alle einen starken nordischen Einschlag. Ich glaube auch, daß die Kleinschen Pläne zur Unterrichtsreform von diesem Standpunkt aus einen tieferen Sinn bekommen. Denn er schlug gerade eine gleichmäßige Berücksichtigung der verschiedenen psychischen Funktionen vor, wie es dem in Deutschland vorherrschenden J-Typus entspricht.

Eine weitere praktische Folgerung: Als Beleg für die Volksnotwendigkeit der Mathematik beruft man sich meist auf die Anwendungen. Mir scheint, es genügt, sich darauf zu beziehen, daß sich im mathematischen Schaffen völkische Eigenart kraftvoll offenbart. Vielleicht liegt das nicht so sichtbar auf der Hand wie bei den Stilarten der Kunst, weil man die Werke mathematischen Schaffens nicht so bequem mit einem Blick übersieht wie die Werke der Kunst. Aber die Beispiele meines Vortrages machen die Zusammenhänge wohl unbestreitbar. Und man wird beim Fortschreiten auf diesem Wege noch weitere Einblicke in die Deutsche Eigenart des mathematischen Schaffens bekommen. Wenn aber etwas so tief im Volkstum wurzelt, wie es beim Stil des mathematischen Schaffens der Fall ist und wie es die rassische Eigenart unserer großen Deutschen Mathematiker bestätigt, dann muß es für die Pflege des Volkstums von Bedeutung sein, die Deutsche Eigenart in der Mathematik zu erkennen und zu stärken. Dazu gehört für uns vor allem auch die klare Abgrenzung von der fremden Art. Denn wir neigen gar zu gerne dazu, in bewunderndem Blick auf Fremdes das Bewußtsein der eigenen Möglichkeiten zu verlieren. Von diesem Fehler werden wir nur loskommen, wenn die Lehrer unserer akademischen Jugend selbst starke Repräsentanten unseres Volkstums sind, die gewillt sind, die Deutsche

Art vor allem anderen zu pflegen. Haben wir erkannt, was unsere Art ist, und gehen wir dazu über, sie bewußt zu pflegen, so wird unser Baum, nach einem Worte unseres Führers, um so weiter über die Grenzen des Landes schatten, je tiefer er im Volkstum verwurzelt ist. So haben wir die beste Aussicht, mit unseren eigenen Leistungen im Kreise der Völker zu glänzen, wenn wir freiwillig die fremden Federn abstreifen, die unserer Art nicht entsprechen.

Ausgegeben am 28. Juli.
