

## Gedächtnisrede auf Professor Dr. P. L. M. Sylow

gehalten am 7. März 1919 in der Versammlung der math.-naturw. Klasse der norwegischen Akademie der Wissenschaften in Oslo.

von

Carl Størmer.

Mit dem Tode Professor Sylows am 7. September vorigen Jahres hat die Akademie der Wissenschaften eines ihrer ältesten und berühmtesten Mitglieder verloren. Die Entdeckungen, die Sylow in dem schwierigen und abstrakten Teil der Mathematik, der sogenannten Gruppentheorie, gemacht hat, sind erwiesenermassen von fundamentaler Bedeutung und werden für immer an seinen Namen genüpft sein.

Peter Ludvig Mejdell Sylow wurde am 12. Dezember 1832 in Kristiania geboren. Schon sehr früh, als Schuljunge, fing er an, sich für höhere Mathematik zu interessieren, und in seinem Vater, dem Rittmeister und späteren Minister Thomas Edvard Sylow, besass er den besten Führer und Ratgeber. Von seinem Vater hatte er auch die edle Zurückhaltung und Bescheidenheit, die zu den Grundzügen seines Characters gehörten; wenn Rittmeister Sylow von seinen Kindern so etwas wie Selbstlob hörte, pflegte er zu sagen: «Nicht prahlen, erst vollführen, dann davon reden», oder: «Handeln musst du, davon reden können andre»; leider hatten «die andern» nicht immer offene Augen dafür, welchen grossen Mathematiker Norwegen in Ludvig Sylow besass, so dass ihm seine Zurückhaltung in mehrfacher Hinsicht zum Hindernis in seiner Laufbahn wurde.

Nachdem Ludvig Sylow die «Kristiania Kathedralschule» besucht, und 1850 die Reifeprüfung bestanden hatte, machte er sich sofort an das Studium und bereitete sich zu dem neuerrichteten Reallehrerexamen vor. Im Jahre 1853 erwarb er die goldene Medaille des Kronprinzen für die mathematische Preisaufgabe: «Welche

Kurven beschreibt der Schatten eines festen Punktes auf einer horizontalen Ebene, wenn die Höhe des Punktes über der Ebene, die Deklination der Sonne und die Polhöhe des Ortes als bekannt angenommen werden?» Fast müssen wir lächeln, dass in einem Lande, wo man erst kürzlich Zeuge der epochemachenden Arbeiten eines Nils Henrik Abels gewesen war, die Preisaufgabe zur Erlangung der goldenen Medaille des Kronprinzen so elementarer Art sein konnte: vermutlich war die Anregung zu dieser Aufgabe von Professor Hansteen ausgegangen, der als Astronom den grösseren Wert auf die praktischen Anwendungen der Mathematik legte.

Im Jahre 1856 machte Ludvig Sylow sein Staatsexamen und wurde 1858 Lehrer an der Schule in Fredrikshald, eine Stelle, die er Dank einer Ungunst des Schicksals 40 Jahre lang innehatte, obwohl seine Entdeckungen auf dem Gebiet der Gruppentheorie seinen Namen in dieser Zeit weit über die Grenzen Norwegens hinaustrugen. Die ersten dieser Arbeiten veröffentlichte er in den Jahren 1867 und 68.

Auf diese Bahn war er zunächst durch die epochemachenden Arbeiten Abels über algebraische Auflösung von Gleichungen geleitet worden, und bald sollte die Kenntnisnahme der grossen Entdeckungen, die der geniale Nachfolger Abels, der junge französische Mathematiker Evarist Galois in der kurzen Zeit seines Lebens veröffentlichten konnte, sein ganzes Interesse gefangen nehmen. Auf diesem neuen und schwierigen Gebiet gehört Sylow zu den Bahnbrechern. Für die norwegische Wissenschaft wäre es grösster Gewinn gewesen, wenn Sylow schon in jungen Jahren an die Universität geknüpft worden wäre, statt dass er seine geistigen Kräfte 40 lange Jahre hindurch einer triviellen und wenig befriedigenden Schultätigkeit opfern musste. Einmal boten sich gute Aussichten. Professor Ole Jacob Broch nahm 1869 seinen Abschied als Professor der reinen Mathematik, und sein natürlicher Nachfolger schien Sylow werden zu müssen. Aber nun geschah Unerwartetes:

Der math.-naturw. Fakultät wurde vom Kollegium am 11. März 1869 die Frage des Ministeriums vorgelegt, ob etwas anzumerken sei, che die durch die Ernennung O. J. Brochs zum Minister erledigte Professur der reinen Mathematik ausgeschrieben werde. Mit ihrer Antwort übermittelte die Fakultät eine längere Erklärung vom Professor der angewandten Mathematik, C. A. Bjerknes, worin dieser vorschlägt, dass die beiden mathematischen Lehrstühle der Universi-

tät, in reiner und in angewandter Mathematik, zu Professuren in Mathematik würden, ohne dabei reine und angewandte Mathematik zu unterscheiden. Am Schluss fügt Professor Bjerknes noch hinzu, dass er als Lehrer der Mathematik bereit sei, je nach Umständen entweder die reine oder die angewandte Mathematik zu übernehmen, damit die Wahl der Universität möglichst ungezwungen und zweckmässig erfolgen könne. Hierzu bin ich um so mehr bereit, sagt er, weil ich Grund zu der Annahme habe, dass sich unter solchen Umständen zwei Bewerber melden werden, die beide und zwar mit Recht als begabte und ausserordentlich tüchtige Männer anzusehen sind.

Dies zielt auf Ludvig Sylow und Cato Maximilian Gulberg ab. Fünf von den Mitgliedern der Fakultät erklärten sich mit dem Bjerknesschen Vorschlag einverstanden, während die andern fünf, darunter der Dekan, ihm nicht beipflichteten. Im Kollegium ist die Majorität für Bjerknes; es heisst in dem Schreiben des Kollegiums vom 7. Mai unter anderm: Diese Betrachtungen machen sich auch gerade im vorliegenden Falle stark geltend, da sich zu der offenen Professur voraussichtlich zwei Bewerber melden werden, die beide als vollkommen würdig und für die Professur geeignet angesehen werden müssen, von denen sich aber der eine vorzüglich der reinen, der andre der angewandten Mathematik gewidmet hat. Soll nun das Amt ausdrücklich als Lehrstuhl der einen oder der andern dieser Disziplinen besetzt werden, wären damit zugleich Inhalt und Art der konkurrierenden Probearbeiten gegeben, und der eine der Anwärter würde dann von vornherein einen wesentlichen und kaum gerechten Vorzug vor dem andern geniessen.

Das Ministerium jedoch stimmte dem von Bjerknes und vom Kollegium gemachten Vorschlag nicht zu, sondern richtete an Professor Bjerknes die Anfrage, ob er wünsche, das freigewordene Professorat zu übernehmen oder in seiner jetzigen Stellung zu verbleiben.

Als nun Bjerknes die Wahl traf, Professor der reinen Mathematik zu werden, war das Los gefallen und Sylow stand vor versperrten Wegen. Nur widerstrebend und starkem Druck nachgebend, hatte Bjerknes diese verhängnisvolle Bestimmung getroffen.

Für Sylow war diese Entscheidung ein Blitz aus heiterm Himmel; er sagte selbst: Nie habe ich eine grössere Ueberraschung erlebt, als dass Bjerknes Professor der reinen Mathematik werden

konnte. Sylow meinte, zu dieser Stelle sei ausschliesslich er berechtigt gewesen, und von ihrer anderweitigen Besetzung ahnte er nichts, ehe sie als Tatsache vorlag. Das nach Bjerknæs freiwerdende Professorat in angewandter Mathematik wurde am 17. September desselben Jahres Cato Maximilian Guldberg verliehen. Sylow trat nicht als Bewerber auf.

Damit waren Sylows Aussichten, Universitätsprofessor zu werden, für lange Jahre vernichtet; während nun sein Ruhm im Ausland wuchs, geriet Sylow im Heimatlande fast in Vergessenheit. Aber in den kurzen Freistunden, die ihm seine Schultätigkeit erübrigte, arbeitete er unverdrossen weiter.

Allmählich hatte er in der Gruppentheorie Satz nach Satz gefunden, und als im Jahre 1870 Camille Jordans grosses Werk: *Traité des substitutions et des équations algébriques* erschien, war für Sylow nicht viel Neues darin zu finden. Betreffs wesentlicher Punkte war Sylow auch schon weitergekommen.

Im Jahre 1872 besuchte Camille Jordan Kristiania, und Sophus Lie sorgte dafür, dass er mit Sylow auf Frognersæteren zusammentraf. Auf dem Heimweg sprach Sylow von einem neuen Theorem der Gruppentheorie, das er gefunden habe, und Jordan wurde von der Einfachheit und Eleganz dieses Theorems anfangs so verblüfft, dass er an seiner Richtigkeit zweifelte. Aber lange dauerte es nicht, ehe Jordan nicht nur die Richtigkeit, sondern auch die Tragweite des Sylowschen Theorems eingesehen hatte, und es zeigte sich, dass das hier gefundene Resultat von grundlegender Bedeutung war: das Theorem wurde von Sylow in einer Abhandlung der *Mathematischen Annalen* desselben Jahres veröffentlicht und bewiesen. Wir werden später hören, wie die Nachwelt dies erstaunliche Theorem beurteilt.

Neben diesen Arbeiten in der Gruppentheorie, übernahm Sylow in den Jahren 1873—81 die wichtige Aufgabe, im Verein mit Sophus Lie die 2. Ausgabe von Abels Werken zu redigieren. Dieser Arbeit oblag Sylow mit seiner ganzen Gründlichkeit und Energie, und er verstand denn auch, bis auf den Grund der Rätsel durchzudringen, die Abel in seinen hinterlassenen Papieren niedergeschrieben hatte. Die Noten, mit denen er Abels unvollendete Arbeiten versehen hat, sind mehrfach als ganze Abhandlungen mit neuen wertvollen Ergebnissen zu betrachten. Diese, acht Jahre lang währende Arbeit machte Sylow zum gründlichsten Abelkenner unsrer

Zeit, und die z. B. in der Abelfestschrift von 1902 von ihm gegebenen Ausblicke über Abels wissenschaftliche Arbeiten stehen unübertroffen da und können einer Nachwelt zum Vorbild dienen.

Erst das Jahr 1898 bot ihm die Aussicht, eine Stellung einzunehmen, die seines berühmten Namens würdig war. Sophus Lie schrieb in «Aftenposten» einen zündenden Artikel über die erwiesenermassen grossartige Bedeutung der Sylowschen Arbeiten und tat alles, um seine Ernennung zum ausserordentlichen Professor der Universität durchzusetzen. Dies gelang ihm auch, aber leider wurde Sylow kein höheres Gehalt als 3000 Kr. jährlich verliehen, indem seine Beförderung im Grunde als Ruheposten eines pensionierten Oberlehrers aufgefasst wurde. Erst wiederholten Anstrengungen seitens der Universität gelang es, hier Wandel zu schaffen, allerdings erst in den letzten Jahren seines Lebens. Und doch hatte Sylow in der Zeit seines Professoramtes mit nie versagender Energie wöchentlich 3—4 Vorlesungen gehalten und an der ermüdenden Beurteilung von Examensarbeiten und Doktordissertationen teilgenommen, dabei hatte er noch bis zum Jahre 1913 wissenschaftliche Arbeiten veröffentlicht, eine einzig dastehende Leistung, wenn man bedenkt, dass Sylow in diesem Jahre sein 81. Jahr vollendete.

In den letzten Jahren seines Lebens geriet seine eiserne Gesundheit ins Wanken. Die Vorlesungen ermüdeten ihn, und ein Schlaganfall liess ihn schliesslich zusammenbrechen: im Sommer darauf erholte er sich wieder, aber Mathematik konnte er nicht mehr denken, und als im September ein neuer Schlaganfall eintrat, wurde seinem Leben ein Ziel gesetzt.

Soll ich in Kürze das Zentrale in Sylows Lebenswerk hervorheben, so geschieht es am besten, wenn ich jene Auslassungen der damals grössten Namen in der Gruppentheorie, Camille Jordan und Frobenius, wiedergebe, die in den Briefen an Sophus Lie zu finden sind, die er in seinem vorerwähnten Artikel vom 25. Oktober 1898 in «Aftenposten» veröffentlichte.

Jordan schreibt:

«Sie wünschen, meine Ansicht über Sylows mathematische Arbeiten zu hören. Wie gern will ich Ihrer Bitte nachkommen, da ich seine Arbeiten, die so grosses Interesse bieten, vielfach gelesen und immer wieder studiert habe. Insbesondere muss ich seine Abhandlung in den Mathem. Annal. 1872 als eine ausserordentlich wichtige

und bedeutungsvolle Arbeit hervorheben. Die Substitutionstheorie ist ja eine der wichtigsten und schwierigsten Disziplinen der Mathematik. Ich selbst hatte schon 12 Jahre lang die ganze Kraft meiner Seele in dieses Studium gelegt, als Sie mich während meines kurzen Aufenthaltes in Kristiania mit Sylow bekannt machten. Im Laufe der Unterhaltung teilte er mir eine Reihe kürzlich von ihm gemachter Entdeckungen mit. Sie kamen mir so überraschend vor und waren so grossartig, dass ich seinen Mitteilungen fast keinen Glauben schenken mochte. Aber dann kamen seine Beweise und damit schwanden alle Zweifel. In den Jahren, die seit der Veröffentlichung dieser Sylowschen Arbeit verflossen sind, habe ich selbst, Frobenius und noch viele andre Mathematiker eine Reihe von substitutionstheoretischen Arbeiten herausgegeben — aber fast alle diese Untersuchungen fussen auf Sylows Arbeit, und obwohl sie zu interessanten Ergebnissen führten, haben sie doch das Sylowsche Theorem, das nach 24-jährigem Verlauf die Grundlage der Substitutionstheorie ist und bleibt, nicht verdunkeln können.»

Frobenius äussert:

«Jeder Kenner der Gruppentheorie, die immer mehr zum Mittelpunkt der heutigen mathematischen Entwicklung zu werden scheint, betrachtet die 1872 von Sylow unter dem bescheidenen Titel: «Théorèmes sur les groupes de substitutions» veröffentlichte Arbeit als die Grundlage der ganzen Lehre über endliche Gruppen. Diese Abhandlung findet man in so gut wie allen neueren Arbeiten über Substitutionstheorie zitiert. So wie jeder Gebildete den pythagoreischen Lehrsatz kennt und wohl auch den Eulerschen Polyederatz, so spricht jeder Mathematiker vom Abelschen Theorem und vom Sylowschen Satz. —

Einen neuen Beweis des hervorragenden Scharfsinns und der tiefen Einsicht Sylows in die Substitutionstheorie lieferte seine Abhandlung in Acta mathematica: Sur les groupes transitifs dont le degré est le carré d'un nombre premier. — — — Kronecker beschäftigte sich einmal in seinen Vorlesungen über Algebra ein ganzes Semester hindurch mit der Lehre der auflösbaren Gleichungen von Grad  $p^2$ ; aber seine Versuche, eine Theorie für diese Klasse von Gleichungen festzulegen, missglückten nach der Meinung aller kompetenten Mathematiker vollständig. In der obenerwähnten Arbeit nun beschäftigt sich Sylow nicht allein mit den auflösbaren, sondern überhaupt mit allen Gleichungen von Grad  $p^2$ , die er in

scharf unterschiedene Klassen mit je bestimmten Kennzeichen teilt. Diese Arbeit enthält viele wichtige Resultate, hinterlässt aber doch den Eindruck, als wisse der Verfasser noch mehr und habe noch nicht sein letztes Wort über diesen Gegenstand gesagt. In der Abhandlung über die Gruppe der Substitutionen, die zu den Teilungsgleichungen der Perioden der elliptischen Funktionen gehört, trifft Sylow abermals auf Kronecker. Dieser grosse Algebraist behandelt denselben Gegenstand etwas später als Sylow, dessen Arbeit seiner Aufmerksamkeit entgangen war. Nach meiner Ansicht kann sich die Kroneckersche Methode nicht mit der Sylowschen messen. — Diese Arbeiten könnten den Eindruck hinterlassen, als ob Sylow zwar ein hervorragender Algebraist, aber doch ein etwas einseitiger Mathematiker gewesen sei; aber die vorzüglichen arithmetischen und analytischen Untersuchungen, die in seiner Arbeit: *Sur la multiplication complexe des fonctions elliptiques* niedergelegt sind, sowie seine scharfsinnigen Noten zu den Werken des grossen Abel zeugen dafür, dass Sylow in jeder Beziehung auf der Höhe unsers heutigen mathematischen Wissens stand.»

So beurteilten ihn seine grossen Zeitgenossen, und so wird auch das Urteil der Nachwelt lauten. Wir aber, die ihn kannten, bewahren auch das Andenken an seine feine, edle Persönlichkeit, an sein starkes Pflicht- und Rechtsgefühl. Unvergesslich ist uns auch sein helles fröhliches Gemüt, sein Interesse und seine Begeisterung für alles Neuentdeckte und zwar nicht nur auf dem Gebiete der Mathematik, sondern der Naturwissenschaften überhaupt. Er sagte oft, wäre er jünger, hätte er sich dem Studium der modernen Theorien über die Radioaktivität und über das Relativitätsprinzip gewidmet. Er liebte die Natur; bis in die letzten Jahre hinein verbrachte er die Sommerferien auf Kongsvold, freute sich an den Spaziergängen durch die Birkenhänge nach Knutshö hinauf und botaniserte. Seine so harmonisch entwickelte Persönlichkeit vermissen wir alle und werden ihrer stets mit Wehmut gedenken.

Ehren wir sein Andenken, indem wir uns erheben.

---