Felix Klein.

Von Alwin Walther in Göttingen.

Am 22. Juni 1925 ist Felix Klein, sechsund-siebzigjährig, in Göttingen gestorben. Leben und Wirken dieses außerordentlichen Mannes, der in die allgemeine Entwicklung von Mathematik, Naturwissenschaften und Technik während der letzten fünfzig Jahre bestimmend eingegriffen hat wie kaum ein zweiter, im Rahmen eines kurzen Aufsatzes erschöpfend schildern und in seiner Bedeutung würdigen zu wollen, wäre ein aussichtsloses Beginnen. Nur um einen skizzenhaften Abriß kann es sich in den folgenden, seinem Gedächtnis gewidmeten Zeilen handeln.

Felix Klein wurde am 25. April 1849 in Düsseldorf als Sohn eines kleinen Beamten geboren. Das Elternhaus erhielt seine Prägung durch altpreußisch-protestantische Gesinnung des aus Westfalen gebürtigen Vaters, in dem sich organisatorische Fähigkeiten mit zäher Willenskraft und eisernem Fleiß verbanden, und heitere, milde, gütige Art der Mutter, die Aachener Industriekreisen entstammte und starke pädagogische und wissenschaftliche Neigungen besaß. Acht Jahre Schulzucht eines humanistischen Gymnasiums alten Stiles stellten an Fleiß und Energie des Heranwachsenden hohe Anforderungen und gaben ihm, vielleicht als Wertvollstes, was die Schule überhaupt vermitteln kann, die Fähigkeit, „zu arbeiten und wieder zu arbeiten“, ins Leben mit. Gegen das einseitige Überwiegen sprachlich-geschichtlicher Ausbildung suchte und fand der Knabe ein Gegengewicht in naturwissenschaftlichem Tun. Hierzu war er bereits in der Elementarschule durch einen begeisternden Lehrer angeregt worden; jetzt setzte er es fort, wo er nur konnte, auf der kleinen Düsseldorfer Sternwarte, in der väterlichen Apotheke eines Freundes oder bei eigenen Experimenten und Ausflügen. Daneben strömten ihm aus dem betriebsamen Leben in der industrie- und fabrikreichen Heimatstadt die ersten Eindrücke technischer Art zu, die ihn zu einem „glühenden Freunde der Technik“ machten.

Im Herbst 1865 nahm Klein an der Universität Bonn das Studium der Mathematik und Naturwissenschaften auf. Sein Plan war, ausgebreitete Grundkenntnisse im Gesamtgebiete seines Studiums zu erwerben und sich dann der Physik zu widmen. Obwohl er diesen Gedanken viele Jahre hindurch zäh festhielt, sollte es durch eine Verkettung eigentümlicher Umstände doch anders kommen. Zwar wurde er bereits nach einem halben Jahre, Ostern 1866, Assistent bei Julius Plücker. Dieser hatte sich aber nach einer Periode erfolgreichen physikalischen Forschens, z. B. über die elektrischen Entladungen in verdünnten Gasen, damals wieder rein mathemati-

schen Dingen zugewandt, wie er sie vor seiner physikalischen Tätigkeit getrieben hatte. Dabei handelte es sich vorwiegend um die sogenannte Liniengeometrie, in der nicht, wie sonst in der Geometrie üblich, der Punkt, sondern die gerade Linie als Raumelement zugrunde gelegt wird. Plücker schrieb über dieses Gebiet ein umfangreiches Werk und zog seinen jungen Assistenten zur Hilfe bei der Ausarbeitung heran. Klein kam dadurch fast von Beginn seines Studiums an in Berührung mit Fragen, die im Brennpunkte des mathematischen Interesses standen, und konnte schon im Dezember 1868 im Alter von 19 $\frac{1}{2}$ Jahren über ein liniengeometrisches Thema promovieren. Unterdes war im Mai 1868 Plücker gestorben, und Klein erwuchs die Aufgabe, das nachgelassene Werk seines Lehrers fertigzustellen und herauszugeben. Dies brachte ihn in Beziehung zu Alfred Clebsch, der zum Winter 1868 von Gießen nach Göttingen berufen worden war und hier ein reges mathematisches Leben in Fluß gebracht hatte. Klein vertauschte deshalb 1869 Bonn mit Göttingen, wo er im Verkehre mit Clebsch und gleichstrebenden Freunden, wie Max Noether und Eduard Riecke, eine beglückende Zeit durchlebte und offenen Sinnes jede Anregung in sich aufnahm. Schon in diesen Göttinger Jugendjahren erfüllte ihn nach seinen eigenen Worten die Überzeugung, welche später der Leitstern seines Handelns wurde und ihn gerade in Göttingen zu den größten Erfolgen führte, „daß es wünschenswert sei, den mathematischen und physikalischen Unterricht an unseren Universitäten unbeschadet aller Entwicklung nach der theoretischen Seite hin in lebendige Beziehung zu den technischen Anwendungen zu setzen.“

Ein unbezähmbarer, von anderen kaum verstandener Drang, seinen Gesichtskreis zu erweitern, trieb Klein schon im Herbst 1869 von Göttingen wieder fort. Wohl jeder andere wäre der in frühzeitigem Eindringen in ein fruchtverheißendes Sondergebiet liegenden Gefahr des Spezialistentums erlegen. Klein aber konnte seiner Natur nach niemals ein Kärrner am Werke der Wissenschaft, sondern nur ein König sein. So zog er zunächst nach Berlin, der damaligen Hochburg der Mathematik mit Weierstraß, Kummer und Kronecker. Ähnlich wie in Göttingen suchte Klein hier vor allem persönlichen Verkehr, der ihm zeitlebens eines der liebsten Mittel wissenschaftlichen Lernens blieb. Insbesondere befreundete er sich mit Sophus Lie, dem Schöpfer der Theorie der Transformationsgruppen. In Berlin glückte ihm auch der erste große mathematische Wurf. Durch einen Freund erfuhr er von der Existenz der nichteuklidischen Geometrie und erkannte mit der ihm eigenen Fähigkeit, Beziehungen zwischen den scheinbar verschieden-

artigsten Gebieten zu sehen, sofort ihren Zusammenhang mit der sogenannten Cayleyschen Maßbestimmung. Diese Entdeckung war grundlegend für den Einblick in das wahre Wesen und für den weiteren Ausbau der nichteuklidischen Geometrie, an dem sich Klein in den nächsten Jahren hervorragend beteiligte.

Dem Berliner Winter 1869/70 sollten Aufenthalte in Paris und England zusammen mit Lie folgen. Der Ausbruch des deutsch-französischen Krieges ließ diese Absicht nicht voll zur Durchführung gelangen. Doch waren die kurzen Pariser Monate lang genug, um Klein in nachhaltigster, für sein ganzes mathematisches Schaffen richtunggebender Weise zu beeinflussen. In Paris drang er vor allem in die Gruppentheorie¹⁾ ein, welche, aus der Lehre von den algebraischen Gleichungen erwachsen, damals eben in einem Buche von Camille Jordan ihre erste systematische Darstellung fand und einer der Hauptpfeiler der Kleinschen Mathematik wurde.

Nach kurzer Teilnahme am Feldzuge als freiwilliger Nothelfer und nach Überwindung einer Typhuserkrankung habilitierte sich Klein im Januar 1871 in Göttingen. Getreu seinem zu Anfang des Studiums gefaßten Plan steuerte er noch immer auf die Physik als Endziel los und hielt auch physikalische Vorlesungen, z. B. über geometrische Optik und über das Gesetz von der Erhaltung der Energie. Da wurde er, 23jährig, im Herbst 1872 als ordentlicher Professor der Mathematik nach Erlangen berufen und damit endgültig für die Mathematik gewonnen.

Die Schrift, welche Klein dem Erlanger Brauche gemäß beim Eintritt in Fakultät und Senat einreichte, trägt den Titel „Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen“. Dieses sogenannte „Erlanger Programm“ ist ein ewig junges Zeugnis Kleinschen Geistes. In ihm wirft Klein zum ersten Male überhaupt die Frage auf: „Was ist eine Geometrie?“ und beantwortet sie zugleich, und zwar mit Hilfe des Gruppenbegriffes, der hier seine klärende und

¹⁾ Man nennt in der Mathematik ein System von irgendwie definierten Elementen eine Gruppe, wenn das Resultat der Verknüpfung zweier Elemente auf Grund einer gegebenen Vorschrift selbst wieder dem System angehört und einige Nebenforderungen erfüllt sind, wenn also das System einen gewissen in sich abgeschlossenen Charakter trägt. Z. B. bilden die positiven ganzen Zahlen eine Gruppe, wenn als Verknüpfungsvorschrift die Multiplikation gewählt wird, weil das Produkt zweier positiver ganzer Zahlen selbst wieder positiv ganz ist. Hingegen stellen sie keine Gruppe dar, wenn es sich um Division handelt, weil der Quotient zweier positiver ganzer Zahlen nicht notwendig wieder positiv ganz zu sein braucht. Oder die Drehungen eines starren Körpers um einen festen Punkt bilden eine Gruppe, wenn die Verknüpfung zweier Drehungen in ihrer Aufeinanderfolge besteht, usw.

ordnende Kraft bewährt und all die verschiedenen, im Laufe der Zeit entstandenen Geometrien unter einheitlichen Gesichtspunkten zu betrachten gestattet.²⁾

Ebenso bedeutsam wie das Erlanger Programm für die Wissenschaft waren für den Universitätsunterricht die Gedanken, welche Klein als Frucht seiner Wanderjahre in der Erlanger Antrittsrede entwickelte. Er sagt da: „Über den Spezialstudien darf die Einheit aller Wissenschaft und das Ideal einer Gesamtbildung nicht vergessen werden. Daher gehören auch humanistische und mathematisch-naturwissenschaftliche Bildung zusammen und dürfen nicht in Gegensatz gebracht werden. Andererseits ist neben der reinen auch die angewandte Mathematik zu pflegen, um den Zusammenhang mit den angrenzenden Wissensgebieten wie Physik und Technik zu wahren. Ferner muß in der Mathematik neben den logischen Fähigkeiten die Anschauung als gleichberechtigter Faktor und überhaupt die mathematische Phantasie und die aus ihr entspringende Selbsttätigkeit entwickelt werden. Schließlich hat die Universität auch den vorbereitenden Unterricht in den Schulen zu beachten und daher besonderes Gewicht auf die Ausbildung der Lehramtskandidaten zu legen, wobei die Einrichtungen der Technischen Hochschulen in mancher Beziehung als vorbildlich betrachtet werden können.“ Die praktischen Folgerungen aus diesen Leitsätzen suchte Klein nicht nur in Erlangen, sondern auch an allen späteren Orten seines Wirkens in die Tat umzusetzen. Er gliederte die Vorlesungen in regelmäßig wiederkehrende Elementar- und Kursusvorlesungen einerseits, Spezialvorlesungen andererseits, baute die Übungen und Seminare aus, leitete die Studierenden zu zweckmäßiger Anlage des Studiums an, richtete ein mathematisches Lesezimmer, eine Modellsammlung und geeignete Zeichenräume ein, pflegte die angewandte Mathematik.

In Erlangen war die Entfaltung eines wissenschaftlichen Lebens nach kümmerlichen Anfängen dadurch möglich, daß nach dem plötzlichen Tode von Clebsch im November 1872 dessen Schüler Klein nach Erlangen nachfolgten. So waren die dortigen Jahre erfüllt von angestrebter und fruchtbarer

²⁾ Für Klein ist z. B. die gewöhnliche Elementargeometrie des dreidimensionalen Raumes die Lehre von denjenigen Eigenschaften räumlicher Figuren, welche sich gegenüber den Transformationen der sogenannten „Hauptgruppe“ invariant verhalten. Diese Hauptgruppe wird gebildet von allen Bewegungen, Ähnlichkeitstransformationen und Spiegelungen im Raume sowie den aus ihnen zusammengesetzten Transformationen. In der Tat ist z. B. die Dreiecksgeometrie die Lehre von denjenigen Eigenschaften des Dreiecks, welche sich unverändert wiederfinden, wenn wir das Dreieck an einen anderen Ort bringen, es vergrößern oder verkleinern und von der einen oder anderen Seite seiner Ebene betrachten.

Tätigkeit, die sich noch vervielfachte, als Klein Ostern 1875 eine Professur an der Technischen Hochschule in München annahm. Hier zog er immer neue mathematische Gebiete in den Kreis seiner durch gruppentheoretische Gesichtspunkte beherrschten Untersuchungen. Zur Geometrie gesellten sich Algebra, Funktionentheorie, Zahlentheorie und vieles andere. Auch wuchs in der Münchener Zeit neben der gruppentheoretischen Betrachtungsweise ein zweiter Grundpfeiler der Kleinschen Mathematik empor: die Durchdringung und Weiterführung des Lebenswerkes Bernhard Riemanns, dem Klein später auch einen glänzenden Vortrag auf der Wiener Naturforscherversammlung 1894: „Riemann und seine Bedeutung für die Entwicklung der modernen Mathematik“ gewidmet hat. Die Gedanken Riemanns waren zu dessen Lebzeiten und nach seinem frühen Tode 1866 eine Art Geheimlehre gewesen, von wenigen gekannt, von noch weniger wirklich verstanden, der damals herrschenden Richtung in der Mathematik völlig fremd. Klein erfaßte diese Ideen in ihrem tiefsten Kern und warb mit hinreißender Kraft für sie. Es waren anschauliche physikalische und geometrische Vorstellungen, die er zum Verständnis mathematischer Entwicklungen, der Funktionentheorie komplexer Veränderlicher, heranzog: elektrische oder Flüssigkeitsströmungen, konforme, d. h. in den kleinsten Teilen ähnliche Abbildung einer Figur auf eine andere, Riemannsche Flächen. So entstand etwas, was man physikalische Mathematik genannt hat; „die Physik leitet und beflügelt den mathematischen Gedanken“, wie Sommerfeld sagt.

Zu den rein wissenschaftlichen Vorlesungen und Seminaren kam an der Münchener Technischen Hochschule die Aufgabe, das Mathematikstudium der Ingenieure zweckmäßig zu gestalten, wobei Klein namentlich der darstellenden Geometrie, graphischen Statik und Kinematik lebhaftes Interesse entgegenbrachte. Als einer der ersten, die das Schöpferische und Gestaltende im Ingenieurberufe erkannten und richtig einzuschätzen wußten, knüpfte er Beziehungen zu hervorragenden Vertretern der Technik, z. B. zu dem bekannten Kältemaschinenerbauer C. Linde, Beziehungen, die später von großer Wichtigkeit für Klein selbst und für die Wissenschaft überhaupt wurden.

Klein trug durch Überarbeitung den Keim zur Krankheit in sich, als er im Herbst 1880 die Technische Hochschule wieder mit einer Universität, mit Leipzig vertauschte. Die Leipziger Jahre sollten ihm einen gesundheitlichen Zusammenbruch schwerster Art bringen, im Gefolge einer Entwicklung, die zu den dramatischsten Episoden in der Geschichte der Wissenschaft überhaupt gehört. Der Ausbau der an Riemann anschließenden Ideen, deren Grundzüge er in einer kleinen

Schrift „Über Riemanns Theorie der algebraischen Funktionen und ihrer Integrale“ auch für den Fernerstehenden meisterhaft klar und plastisch darstellte, hatte Klein zur Höhe seines wissenschaftlichen Schaffens geführt, die durch die Begriffe „automorphe Funktionen“ und „Uniformisierung“ gekennzeichnet wird. Da erschien in dem genialen französischen Mathematiker Henri Poincaré ein Nebenbuhler auf der Bildfläche und wandte seine jugendliche Kraft denselben Aufgaben zu wie Klein. Den ungeheuren Anstrengungen des geistigen Ringens der beiden Mathematiker, in dem jeder den anderen durch immer neue und tiefere Ergebnisse zu übertreffen suchte, im Verein mit denen des Lehrens und Organisierens war Kleins Körper auf die Dauer nicht gewachsen. Ein gebrochener Mann, mußte er vom Herbst 1882 an wiederholt Urlaub nehmen und eigenes Forschen zunächst völlig aufgeben. Nur ganz allmählich erholte er sich wieder, wozu am meisten seine Berufung nach Göttingen Ostern 1886 und die damit verbundene Vertauschung der Großstadt mit einer kleinen Gartenstadt, dem Orte glücklicher Jugendjahre, beitrugen.

Wäre Klein damals dem Ansturm der Krankheit erlegen, so hätte sein Name wohl im Kreise der Fachwissenschaft als eines ihrer Besten fortgelebt, niemals aber hätte die Nachwelt ihm das Andenken des Großen bewahrt, als den sie ihn jetzt betrauert. Die neue Periode in Kleins Wirken, welche ihn in den Kreis der für Jahrzehnte die Entwicklung bestimmenden Führer gerückt hat und durch ein Überwiegen der organisatorischen, auf Umgestalten und Erneuern der allgemeinen wissenschaftlichen Verhältnisse zielenden Arbeit charakterisiert ist, begann 1892 mit dem Weggange seines älteren Fachgenossen H. A. Schwarz von Göttingen nach Berlin. In den vorangehenden Göttinger Jahren hatte Klein als jüngerer Kollege seine Kraft vorwiegend dem Ausbau und Abschluß seiner früheren wissenschaftlichen Arbeiten gewidmet, glänzende, große Zusammenhänge aufweisende Vorlesungen und Seminare gehalten, Spezialschüler ausgebildet und seine persönlichen wissenschaftlichen Beziehungen erweitert. Nun wurde die Bahn für die Ausübung seiner organisatorischen Neigungen frei, die allmählich ein riesiges, nur schwer übersehbares Ausmaß annahm. Das Ziel, das ihm vorschwebte, umschreibt er selbst folgendermaßen: „Zunächst war der Zusammenhang aller wissenschaftlichen Disziplinen mehr als bisher in den Vordergrund zu stellen und das einseitige Spezialistentum ohne höhere leitende Ideen zu bekämpfen. Damit zusammenhängend sollte die angewandte Mathematik in allen in Betracht kommenden Gebieten wie Technik, Astronomie, Geodäsie und Versicherungswesen mit in den Unterricht herein-

gezogen werden. Schließlich war das gesamte Gebiet mathematischen Lernens von den bescheidenen Anfängen in der Volksschule an bis zur höchsten wissenschaftlichen Spezialforschung als ein organisches Ganzes zu erfassen und auszugestalten.... Der Kampf für diese Auffassungen ist die eigentliche Arbeit meiner nächsten zwanzig Lebensjahre geworden.“

Kleins Pläne gingen zunächst auf einen weiteren Ausbau der Göttinger mathematischen und physikalischen Unterrichtseinrichtungen. Zwar die Sammlung mathematischer Instrumente und Modelle bestand schon seit langem, seit den Zeiten von H. A. Schwarz beträchtlich erweitert, und das Mathematische Lesezimmer, dessen Eigentümlichkeit heute neben umfangreichen Beständen an Büchern und Zeitschriften die in ihm aufbewahrten sorgfältigen Ausarbeitungen der Vorlesungen von Klein und anderen Göttinger Dozenten, sowie eine große Separatasammlung bilden, war bei Kleins Berufung nach Göttingen begründet worden. Jetzt aber galt es, eine Annäherung der Universitäten an die Technik herbeizuführen. Hierfür erhielt Klein durch eine im Auftrage des Unterrichtsministeriums anlässlich der Weltausstellung und des Mathematikerkongresses in Chicago 1893 unternommene Reise viele wertvolle Anregungen. Auf dieser bedeutsamen Reise lernte er namentlich die Ausgestaltung des amerikanischen Ingenieurstudiums, die reichen Laboratoriumseinrichtungen und die Opferfreudigkeit privater Kreise zugunsten der amerikanischen Universitäten kennen. In Deutschland hatte er das Glück, in Ministerialdirektor Friedrich Althoff, dem einflußreichsten Manne des preußischen Kultusministeriums, einen verständnisvollen und tatkräftigen Förderer seiner Bestrebungen zu finden. Im übrigen aber stieß er auf die heftigste Gegnerschaft. Von einer engeren Verknüpfung der Universitäten mit der Technik wollte niemand etwas wissen. Klein hatte zunächst den Gedanken gehabt, die Technischen Hochschulen als neue Fakultät den Universitäten anzugliedern, war aber infolge der vorgeschrittenen Eigenentwicklung der Technischen Hochschulen bald davon abgekommen. Nun wollte er in Göttingen mit Unterstützung der Industrie ein physikalisch-technisches Institut begründen, um hervorragende Führer und Lehrer der technischen Wissenschaften heranzubilden und die physikalische Forschung mit technischen Problemen zu befruchten, wie er denn später einmal als Ziel der theoretischen Naturwissenschaften nicht nur passives Verstehen, sondern aktive Beherrschung der Natur bezeichnet hat. Gegen diese Absicht wandten sich einmal die Universitäten, die für die Reinheit und Unabhängigkeit der wissenschaftlichen Forschung fürchteten und Klein

Amerikanismus und Verrat an der Wissenschaft vorwarfen, zum anderen die Technischen Hochschulen, die damals eine gärende Zeit des Strebens nach innerer Selbständigkeit und Gleichberechtigung mit den Universitäten durchmachten und Kleins Ideen als Zurückdrängung und Schädigung ihrer eigenen Wünsche, z. B. nach Errichtung von Ingenieurlaboratorien, empfanden. Nur ganz allmählich gelang es, die vielerlei Mißverständnisse aus dem Wege zu räumen. In dem scherzhaft „Aachener Frieden“ genannten Kompromiß zwischen Klein und den Ingenieuren auf der Aachener Hauptversammlung des Vereins Deutscher Ingenieure 1895 beschränkte Klein die Aufgabe des zukünftigen Göttinger Instituts auf die technische Ausbildung der Lehramtskandidaten und verzichtete darauf, die Fortbildung der Ingenieure zu beeinflussen. Aber erst zu Weihnachten 1896 war, nachdem Klein einen Ruf nach Amerika abgelehnt und dadurch auch den anfänglich zögernden Althoff gewonnen hatte, eine Summe von 20 000 M. für den Bau eines kleinen Maschinenlaboratoriums beisammen. Das Hauptverdienst daran hatten Kleins Freund aus der Münchener Zeit C. Linde und der kaufmännische Leiter der Elberfelder Farbwerke H. v. Böttinger. Sie vermittelten Felix Klein die Fühlung mit führenden Kreisen der Großindustrie, welche sich schließlich im Februar 1898 mit Göttinger Professoren zur „Göttinger Vereinigung zur Förderung der angewandten Physik und Mathematik“ zusammenschlossen. Klein und Böttinger waren die Seele dieser allmählich immer weiter anwachsenden Vereinigung, die bis zu ihrem durch die Zeitverhältnisse veranlaßten Aufgehen in der Helmholtzgesellschaft 1920 Außerordentliches für Göttingen geleistet hat. In den Jahren nach 1900 entstanden in Göttingen im Zusammenwirken des Staates und der Göttinger Vereinigung eine ganze Reihe neuer Institute zur Pflege der angewandten Wissenschaften, der angewandten Mathematik, angewandten Mechanik, angewandten Elektrizität, physikalischen Chemie, Geophysik, mathematischen Statistik und Versicherungswissenschaft. Das Institut für angewandte Mechanik insbesondere hat sich aus den bescheidenen Anfängen eines kleinen Maschinenlaboratoriums — Klein erzählt mit Stolz: „Es war ein großer Moment, als Anfang Dezember 1897 an unseren Maschinen die ersten Indikator-diagramme aufgenommen werden konnten“ — im Laufe der Zeit durch Angliederung der Aerodynamischen Versuchsanstalt und der beiden Kaiser-Wilhelm-Institute für Strömungsforschung zu einer in weitesten Kreisen bekannten Forschungsanstalt entwickelt, aus der die bahnbrechenden Arbeiten von Prandtl hervorgegangen sind. Die Einweihung der neuen Göttinger Institute bildete einen äußerlich glanzvollen Höhepunkt in Kleins

Leben. Niemand wird ohne Staunen und Bewunderung die bei diesem Anlasse herausgegebene Festschrift „Die physikalischen Institute der Universität Göttingen“, in der das Geschaffene in Wort und Bild geschildert ist, aus der Hand legen. Durch enge Fühlungnahme mit den neugewonnenen Fachvertretern, durch Abhalten von Seminaren gemeinsam mit ihnen, durch Pflege der Anwendungen in seinen eigenen Vorlesungen, aus denen das Klein-Sommerfeldsche Buch über die Theorie des Kreisels hervorgegangen ist, wußte Klein die neuen Einrichtungen organisch in das Gesamtgefüge der Universität einzugliedern und seine Mitarbeiter immer von neuem mit sich fortzureißen.

Die so gekennzeichneten Bestrebungen Kleins auf physikalisch-technischem Gebiete waren grundlegend und vorbildlich für andere Universitäten und Hochschulen. Wenn er in der Ausbreitung seiner Ideen zunächst nicht viel Erfolg hatte (Göttingen blieb lange allein), so lag das lediglich daran, daß er mit ihnen zu früh kam, d. h. zu einer Zeit, als noch zu wenig Physiker und Mathematiker in der Technik tätig waren. Darin prägt sich aber gerade Kleins vorausschauender Blick aus, daß er schon damals die Entwicklung der technischen Physik wie der angewandten Wissenschaften überhaupt vorausgeahnt hat.

Neben der Förderung der Göttinger Unterrichtseinrichtungen liefen weit umfassendere Bestrebungen zur Organisation des gesamten mathematischen Unterrichts einher. Wie wichtig es ist, die mathematische Ausbildung auf den Vorbereitungsschulen zweckmäßig zu gestalten, war Klein besonders deutlich auf der amerikanischen Reise 1893 zum Bewußtsein gekommen. Praktische Arbeit in dieser Richtung leistete er zunächst bei den seit 1892 alle Jahre zu Ostern in Göttingen stattfindenden Ferienkursen für Oberlehrer der Mathematik und Naturwissenschaften. Lebhafter nahm er die Sache von 1900 ab in Angriff. In diesem Jahre trat er auf einer großen Schulkonferenz, welche die Gleichberechtigung von Gymnasium, Realgymnasium und Oberrealschule aussprach, für Heranziehung der Anwendungen im mathematischen Schulunterricht und für Aufnahme der Differential- und Integralrechnung und analytischen Geometrie in den Unterricht der Realanstalten ein. Allmählich bog er diesen Gedanken um und verfocht die Durchdringung des ganzen, damals weitgehend erstarrten mathematischen Unterrichts mit dem Funktionsbegriff und der graphischen Darstellung unter anschaulicher Entwicklung der Grundbegriffe der Differential- und Integralrechnung, also die Anpassung des Schulunterrichts an die moderne Entwicklung der Mathematik. Manchen Mißverständnissen über Art und Umfang dieser „Reformbewegung“ seitens vieler Schulmathe-

matiker wie auch einiger Hochschullehrer war entgegenzutreten, ehe die neuen Ideen 1905 ihren festen Niederschlag in den nach dem damaligen Orte der Naturforscherversammlung benannten „Meraner Vorschlägen“ für die Lehrpläne fanden. Zur systematischen Weiterbearbeitung des ganzen Fragenkreises wurde später der „Deutsche Ausschuß für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht“ (DAMNU) begründet. Nach und nach drang immer mehr von den Reformgedanken in die Praxis des Schulunterrichts ein, so daß heute in Deutschland wohl nirgends Mathematikunterricht erteilt wird, der nicht irgendwie von Kleinschen Ideen befruchtet ist. Als nach dem Kriege das Schulwesen in Deutschland eine durchgreifende Neuordnung erfuhr, nahm Klein, was nicht vielen bekannt ist, trotz seinem hohen Alter daran (wie übrigens auch an den Problemen der studentischen Bewegung und der Hochschulreform) lebhaften Anteil und wandte sich mit Leidenschaft gegen die Zurückdrängung von Mathematik und Naturwissenschaften zugunsten der sogenannten Kulturfächer. — Zum Damnu, der sein Augenmerk insonderheit auf die höheren Schulen Deutschlands richtete, hatte sich 1908 die auf Vorschlag des Amerikaners D. E. Smith auf dem internationalen Mathematikerkongreß in Rom ins Leben getretene „Internationale Mathematische Unterrichtskommission“ (IMUK) gesellt, die den mathematischen Unterricht in sämtlichen Kulturländern vom Kindergarten bis zur Universität studieren und darüber berichten sollte. Durch den Ausbruch des Krieges 1914 ist das große Werk nicht zum Abschluß gekommen. Nur die deutsche Unterkommision, deren Vorsitzender Klein war, hat ihren Bericht vollendet. Er umfaßt nicht weniger als acht starke Bände „Abhandlungen“ und einen Band „Berichte und Mitteilungen“ und enthält eine Fülle wertvollen und anregenden Stoffes, der den Zustand des Unterrichtswesens in Deutschland vor dem Kriege in allen Einzelheiten erkennen läßt.

Ein Sammelwerk ähnlicher Art, wie es die Imukabhandlungen auf unterrichtlichem Gebiete darstellen, bildet für die Wissenschaft die monumentale „Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluß ihrer Anwendungen“. 1889 war, nachdem Klein bereits in den 70er Jahren Ähnliches erstrebt hatte, durch G. Cantor die Deutsche Mathematikervereinigung zustande gekommen. Unter ihren Mitgliedern wurde lebhaft der Plan eines mathematischen Lexikons erörtert, das dem Mathematiker bei dem immer zunehmenden Umfange des Einzelwissens die Übersicht über das Gesamtgebiet der Mathematik ermöglichen sollte. Klein griff seiner ganzen Einstellung nach diesen Gedanken mit regem Interesse auf. In Zusammen-

arbeit mit W. Fr. Meyer wußte er ihm festere Gestalt zu geben und das im Anschlusse an die von ihm selbst durchgeführte Neuordnung der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften soeben gegründete Kartell der Akademien zur finanziellen Sicherstellung zu gewinnen. Auf Kleins Einfluß hin wurden neben der reinen Mathematik mit den Teilgebieten Arithmetik und Algebra — Analysis — Geometrie auch die Anwendungen: Mechanik — Physik — Geodäsie, Geophysik und Astronomie berücksichtigt; die ursprünglich noch geplante Abteilung Geschichte, Philosophie und Didaktik der Mathematik wurde später fallen gelassen. Klein selbst übernahm zusammen mit C. H. Müller die Redaktion des vier Teilbände umfassenden Bandes Mechanik und war auch sonst die treibende Kraft des Ganzen. Wie er überhaupt ausgezeichnet verstand, Hilfskräfte heranzuziehen, so wußte er auch bei der Enzyklopädie beinahe zweihundert Mitarbeiter zu gewinnen und die versprochenen Beiträge auch wirklich zu erlangen. Heute liegt die Enzyklopädie in den meisten Teilen fast vollendet vor, bei anderen hat man sich zu Abstrichen entschlossen, um einen Abschluß herbeizuführen. Ihre Bedeutung läßt sich am besten charakterisieren, wenn man sagt, daß das Ziel erreicht worden ist, welches einst in den Worten niedergelegt wurde: „Aufgabe der Enzyklopädie ist es, in knapper, zu rascher Orientierung geeigneter Form, aber mit möglichster Vollständigkeit eine Gesamtdarstellung der mathematischen Wissenschaft nach ihrem gegenwärtigen Inhalt an gesicherten Resultaten zu geben und zugleich durch sorgfältige Literaturangaben die geschichtliche Entwicklung der mathematischen Methoden seit dem Beginn des 19. Jahrhunderts nachzuweisen. Sie beschränkt sich dabei nicht auf die sogenannte reine Mathematik, sondern berücksichtigt auch ausgiebig die Anwendungen ... und zwar in dem Sinn, daß sie einerseits den Mathematiker darüber orientiert, welche Fragen die Anwendungen an ihn stellen, andererseits den Astronomen, Physiker, Techniker darüber, welche Antwort die Mathematik auf diese Fragen gibt“.

Mitten in der weitverzweigten organisatorischen Arbeit — „kleinere“ Betätigungen waren daneben die Herausgabe von Gauß' Werken, die Redaktion der Mathematischen Annalen und die Erfüllung der Pflichten als Mitglied des Preußischen Herrenhauses — versagte 1911 Kleins Gesundheit von neuem. Daraufhin trat er 1913 in den Ruhestand und lebte eidem stiller und zurückgezogener. Freilich gab er sich nicht beschaulicher Muße hin,

sondern knüpfte an die Arbeit seiner Jugendjahre wieder an und zeigte z. B., wie sich Einsteins ursprünglich aus physikalischen Problemstellungen erwachsene allgemeine Relativitätstheorie in ganz natürlicher Weise ergibt, wenn man die Gedanken des Erlanger Programms auf die vierdimensionale Raumzeitmannigfaltigkeit der Physik anwendet. Oder er hielt zur Vorbereitung einer Geschichte der Mathematik im 19. Jahrhundert, die er für das große Sammelwerk „Die Kultur der Gegenwart“ zu schreiben übernommen hatte (ihm lag viel daran, daß in diesem Werke mathematisch-naturwissenschaftlich-technisches Kulturgut nicht fehlte), während der ersten Kriegsjahre in kleinem Kreise Vorlesungen über diesen Gegenstand, die in abgeklärter Reife weit mehr als rein fachliches Interesse beanspruchen und bald durch den Druck allgemein zugänglich gemacht werden sollen.

Kleins letzte große Leistung war die Herausgabe seiner gesammelten mathematischen Abhandlungen. Fünf volle Jahre, von 1918 bis 1923, nahm die unter Mitwirkung jüngerer Gelehrter durchgeführte Arbeit an den drei starken Bänden in Anspruch. Jede Abhandlung wurde erneut durchgesehen, mit Zusätzen und Erläuterungen ausgestattet und durch Verweise in den Rahmen der Gesamtlebensarbeit eingegliedert, so daß ein Werk entstand, welches die meisten sonstigen Gesamtausgaben weit überragt.

Nach Vollendung der gesammelten Abhandlungen wollte Klein, solange die Kräfte erreichten, seine teils autographiert, teils schriftlich ausgearbeitet vorliegenden Vorlesungen für den Druck vorbereiten. In stetem Ringen des ungebrochenen Willens mit dem immer mehr versagenden Körper konnte er noch zwei Bände der „Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus“ fertigstellen. Der dritte, die frühere „Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie“ mit ihrer bekannten Unterscheidung von Präzisions- und Approximationsmathematik, und die „Nichteuklidische Geometrie“ waren in Arbeit, als Klein still und ohne Kampf dahinging.

In dankbarer Bewunderung dürfen wir seiner gedenken; sein Leben stand unter dem Spruche, welcher, wie er gewünscht hat, ihm nun den Grabstein schmücken wird: „Sincere et constanter.“ Möchten sich viele finden, die Kleins Werk in seinem Geiste fortführen und weiterbauen, möchten insbesondere Mathematik, Naturwissenschaften und Technik zu ihrer aller Vorteil immer mehr in lebendige und befruchtende Wechselwirkung zueinander treten.