

### Felix Klein<sup>1)</sup>.

Von R. COURANT, Göttingen.

Als am Abend des 22. Juni sich die Kunde verbreitete, FELIX KLEIN sei tot, da fühlten wir alle: eine Epoche in der Geschichte der Mathematik ist abgeschlossen. KLEIN war die beherrschende Figur dieser Epoche. Er ist weit mehr gewesen als ein überragender Gelehrter und ein großer Organisator, seine Wirksamkeit und Bedeutung ist längst nicht mit der Summe seiner Leistungen erschöpft. Nein, es ist darüber hinaus die machtvolle, überlegene, umfassende Persönlichkeit, welche durch die Reinheit und Kraft ihrer Lebensführung und das Gleichgewicht zwischen bewußter Gestaltung des Lebens und naiver völliger Hingabe an die Aufgaben des Augenblicks berufen war, auf breiter Front zu führen und die Bahnen der Entwicklung zu bestimmen. Diese Persönlichkeit müssen wir zu erfassen suchen, wenn wir uns heute vergegenwärtigen wollen, was FELIX KLEIN für die Wissenschaft und ihre Geltung im weitesten Sinn bedeutet hat.

In bescheidenen Verhältnissen als Sohn eines Rentmeisters 1849 zu Düsseldorf geboren, stählte der reichbegabte Knabe frühzeitig Willen und Arbeitskraft unter der strengen Zucht des altpreussischen Vaterhauses und der kaum minder strengen eines humanistischen Gymnasiums rein philologisch-historischer Prägung, welches für heutige Zeiten fast unglaubliche Ansprüche an den Fleiß seiner Zöglinge stellte. Bald erwacht in dem Knaben der innere Drang, seiner einseitigen Schulausbildung ein Gegengewicht in naturwissenschaftlicher Richtung zu geben. Anregungen mannigfacher Art fehlen nicht, und so kann er 1865 mit 16 $\frac{1}{2}$  Jahren wohl vorbereitet an die Universität Bonn gehen, um Mathematik und Naturwissenschaften zu studieren. Von vornherein war der junge Student eifrig darauf bedacht, sein Studium auf genügend breiter Basis anzulegen, um der klar erkannten Gefahr frühzeitiger Spezialisierung zu entgehen; und dieses Hinausstreben aus den Fesseln engen Fachwissens ist für ihn auch später immer Lebenselement geblieben. Neben den beschreibenden Naturwissenschaften und der Physik tritt zunächst die Mathematik ganz in den Hintergrund. Der überaus kümmerliche mathematische Betrieb, der damals in Bonn herrschte, vermochte dem jungen Feuerkopf wenig zu bieten.

Mit 17 Jahren, Ostern 1866, finden wir KLEIN als Assistenten von PLÜCKER, dem er bei der Vorbereitung seiner Vorlesung über Experimentalphysik und daneben bei seinen Untersuchungen zur Liniengeometrie hilft. Sein Ziel ist, „nach Erlangung der notwendigen mathematisch-naturwissenschaftlichen Kenntnisse sich auf das Gebiet

der Physik zu spezialisieren“. Da stirbt PLÜCKER im Jahre 1866; dem jungen, kaum 19jährigen KLEIN fällt die Aufgabe zu, die nachgelassenen geometrischen Untersuchungen von PLÜCKER herauszugeben. Er promoviert zunächst mit einem selbstgewählten Thema aus der Liniengeometrie. Dann sucht er Anfang 1869 als geeignetste Stätte für die Bearbeitung des Plücker'schen Nachlasses Göttingen auf, wo sich um CLEBSCH, einen der bedeutendsten Mathematiker und glänzendsten Lehrer jener Zeit, ein reger wissenschaftlicher Kreis versammelt hatte. Hier fand KLEIN mehr Anregung und Befriedigung als in dem etwas versteinerten Betriebe der Physik, dessen Mittelpunkt WILHELM WEBER war. Trotz dem günstigen Boden, den KLEIN in Göttingen für seine Entwicklung antraf — zeit lebens hat für ihn das Aufnehmen und Geben im persönlichen wissenschaftlichen Verkehr die denkbar größte Rolle gespielt —, litt es ihn nicht lange hier. Er wollte sich frei von allen Einflüssen und Bindungen der Schulen seinen Weg selbst suchen und seinen Gesichtskreis erweitern, solange er sich noch jung und aufnahmefähig fühlte. So ging er schon im Herbst 1869 nach Berlin, wo er wiederum mannigfache Anregung unter seinen Studiengenossen fand, aber mit den dortigen glänzenden Vertretern der Mathematik, WEIERSTRASS und KUMMER, nicht recht in Kontakt kam. Hier in Berlin entsteht die erste große seiner mathematischen Leistungen. Als er von einem Freunde zum ersten Male von der ihm bis dahin ganz unbekanntem Nicht-Euklidischen Geometrie hört, sieht er sofort mit genialer Intuition, daß diese mit einer scheinbar ganz anderen Sache, der sogenannten Maßbestimmung von CAYLEY, aufs engste zusammenhängen müsse. Diese Art des Forschens, das Zusammenschmelzen und Kombinieren scheinbar auseinanderliegender Gebiete, ist immer typisch für KLEIN'S Denkart geblieben. Typisch blieb auch das unglaublich rasche Aufnehmen fremder Ideen, die instinktsichere intuitive Erfassung ihres wesentlichen Kernes und die Fähigkeit wie das Bedürfnis, das Neugelernte sofort seinem eigenen Gedankenkreise einzugliedern und für neue Forschungsarbeit, oft mit durchschlagendem Erfolg, auszunutzen.

Mit seiner neuen Idee hat KLEIN kein Glück bei den maßgebenden Berlinern Mathematikern. Als er seine Gedanken in einem Seminarvortrag entwickelt, wird er von WEIERSTRASS ablehnend kritisiert. Es war das erstemal in KLEIN'S Leben, wo seine anschaulich-intuitive Grundauffassung der Dinge mit der abstrakt-kritisch eingestellten herrschenden Richtung zusammenstieß. Heute sind die glänzenden Arbeiten, mit denen KLEIN bald darauf

<sup>1)</sup> Gedächtnisrede, gehalten am 31. 7. 25 in Göttingen.

seine Ideen zur Nicht-Euklidischen Geometrie entwickelte, Allgemeingut geworden, weit über den engen Kreis der Spezialmathematiker hinaus. Erst durch KLEIN ist die Nicht-Euklidische Geometrie aus einer entlegenen Grenzprovinz der Mathematik zu einem organisch aufsteigenden mit den Zentren verbundenen Gebiete geworden, bequem zugänglich ohne schwierige Vorbereitung und Ausrüstung. Aber damals gehörte schon ein ungewöhnliches Maß von Selbständigkeit und Zähigkeit dazu, gegen den Strom der verbreiteten Vorurteile anzuschwimmen.

Im Sommer 1870 führt die Wanderschaft KLEIN mit seinem neugewonnenen Freunde SOPHUS LIE nach Paris, wo besonders die persönliche Berührung mit dem Geometer G. DARBOUX und mit CAMILLE JORDAN von entscheidendem Einfluß auf sein späteres Lebenswerk gewesen ist. Eben erschien JORDANS umfangreiches Werk über Substitutionen und algebraische Gleichungen. Vierzig Jahre vorher hatte EVARISTE GALOIS, einer der genialsten und auch menschlich interessantesten Köpfe unter den Mathematikern der Neuzeit, im Begriffe der Gruppe den Schlüssel zu den tiefsten Geheimnissen der algebraischen Gleichungen gefunden. Die knappen Darstellungen in seinen wenigen, aber ungeheuer inhaltreichen Arbeiten, und vor allem in einem erschütternden Abschiedsbriefe, den er 20jährig, am Vorabend eines tödlichen Duells, an einen Freund schrieb, waren lange unwirksam geblieben. JORDANS Buch machte zum ersten Male die Gedanken von GALOIS einem etwas größeren Kreise zugänglich. KLEIN und LIE stürzten sich mit leidenschaftlichem Eifer auf das schwierige und ihnen zunächst fast unverständliche Werk; sie fühlen, daß hier unermessliche Schätze zu heben sind. Als KLEIN nach einem Aufenthalt von 2 $\frac{1}{2}$  Monaten infolge des Kriegsausbruches Paris verlassen muß, trägt er den Stein der Weisen mit sich: er hat den Gruppenbegriff aufs tiefste erfaßt, den Wegweiser, der ihn hinfort mit unfehlbarer Sicherheit auf seinem wissenschaftlichen Lebenswege weiterführte.

Ein so vom Tatendrang erfüllter Jüngling wie KLEIN konnte es fern vom Kriegsschauplatz nicht aushalten. Aber nach kurzer Helfertätigkeit muß er typhuskrank zurückkehren und geht dann, langsam genesen, Anfang 1871 nach Göttingen, wo er sich habilitiert, zunächst noch immer mit dem Blicke auf die Physik als Endziel. Erst als er im Herbst 1872, ein Dreiundzwanzigjähriger, durch den Einfluß seines Lehrers und väterlichen Freundes CLEBSCH nach Erlangen in eine ordentliche Professur für Mathematik berufen wird, ist die Entscheidung endgültig für die Mathematik gefallen.

Aus dem blühenden mathematischen Leben in Göttingen sieht er sich plötzlich in eine wissenschaftliche Einöde versetzt, ohne Anregungen, ohne die notwendigsten Arbeitsmittel, ohne Studenten. Von seinen zwei Zuhörern bleibt der eine nach der ersten Stunde, der andere nicht viel später weg. Und nun greift zum zweiten Male schicksalhaft der Tod eines nahen Menschen ein. CLEBSCH stirbt

ganz plötzlich am 7. November; die erlesene Schar seiner Schüler erkennt freiwillig den jüngeren KLEIN als ihren neuen Führer an und folgt ihm nach Erlangen. So groß ist schon jetzt sein Ansehen bei den Wissenden, daß man in Göttingen ihn als Nachfolger von CLEBSCH in Betracht zieht. Aber zum Glück für ihn scheidet die Berufung, wie es scheint, weil der 23jährige einem älteren Fachgenossen „zu gefährlich“ war.

So durfte KLEIN im Kreise weniger Schüler einige Jahre in verhältnismäßiger Ruhe sein reiches Arbeitsprogramm verfolgen, das er soeben in einer großartigen Antrittsrede entwickelt hatte. Dieses sogenannte „Erlanger Programm“ mit dem Titel: „Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen“ ist vielleicht die einflußreichste und meistgelesene mathematische Abhandlung der letzten 60 Jahre geworden. Seit Ende des 18. Jahrhunderts hatte die Geometrie in Frankreich und Deutschland einen außerordentlichen Aufschwung genommen. Neben der alten Elementargeometrie und der analytischen Geometrie hatte sich eine große Anzahl geometrischer Betrachtungsweisen entwickelt, die unvermittelt und ohne gegenseitige Verbindung nebeneinanderstanden und in deren Gewirr sich auch der Kenner kaum noch zu rechtfinden konnte. KLEIN empfand das Bedürfnis, in dieses Chaos ein einheitlich ordnendes Prinzip hineinzutragen, und er hat diese Aufgabe für das Gesamtgebiet der Geometrie in denkbar vollständigster Weise gelöst. Der Zauberstab, mit dem KLEIN hier Ordnung schuf, war der Gruppenbegriff. Er erlaubt, jede Klasse geometrischer Untersuchungen, wie euklidische und Nicht-Euklidische Geometrie, projektive Geometrie, Linien- und Kugelgeometrie, RIEMANNSCHE Geometrie und Topologie, als Invariantentheorie gegenüber einer vorgegebenen Gruppe von geometrischen Transformationen aufzufassen. Das Erlanger Programm stellt für die Geometrie ein Prinzip von ordnender Kraft dar, wie es das periodische System der Elemente für die Chemie ist. Noch heute kann keine geometrische Theorie als abgeschlossen gelten, wenn sie nicht deutlich ihre Stelle im Rahmen des Erlanger Programmes aufzuweisen vermag.

Fünzig Jahre später erlebte KLEIN noch die Genugtuung, daß er, am Abend seines Lebens, ganz wesentlich zur Klärung der mathematischen Grundlagen der Relativitätstheorie beitragen konnte, indem er nur seine alten Gedanken aus dem Erlanger Programm sinngemäß auf die neuen Fragen anzuwenden brauchte.

In den Erlanger Jahren sehen wir KLEIN intensiv an der Ausarbeitung seiner Gedanken tätig. Der Kreis der Untersuchungen dehnt sich bald über die eigentliche Geometrie hinaus. Das Königreich, in welches die Gruppentheorie hineingeführt hatte, bot reichstes Arbeitsfeld. Während LIE die Gebiete zu erschließen begann, wo die kontinuierlichen Gruppen herrschen, wandte sich KLEIN der Domäne der diskontinuierlichen Gruppen zu. Es entstehen die Untersuchungen über die Gruppen,

die zu den regulären Körpern gehören, tiefe algebraische Zusammenhänge enthüllen sich, und gleichzeitig bahnt sich KLEIN allmählich den Weg zum Verständnis der RIEMANNSchen Funktionentheorie, ein Weg, der ihn später zur Höhe seines wissenschaftlichen Erfolges führen sollte.

Als 1875 ein Ruf an die Münchener technische Hochschule KLEIN in einen größeren und anspruchsvolleren Wirkungskreis versetzt, entwickeln sich alle diese Arbeiten weiter. KLEIN selbst sagt, daß er in seinen Münchener Jahren den Grund zu den meisten seiner späteren Untersuchungen gelegt hat. Als natürliche Fortsetzung der früheren algebraischen Untersuchungen entstehen die Arbeiten zur Theorie der elliptischen Funktionen und der Modulfunktionen, in denen KLEIN sich zu jener Auffassung des RIEMANNSchen Ideenkreises durchringt, welche für sein späteres Schaffen richtunggebend geblieben ist. Auch hier bewährt sich wieder die ordnende Kraft der Gruppentheorie wie im Erlanger Programm. Alle diese Arbeiten sind wie wenig andere charakteristisch für KLEINS Arbeitsweise des Verbindens und Verschmelzens weit auseinanderliegender Gedankenkreise: zur Funktionentheorie treten Algebra, Invariantentheorie, Gruppen- und Zahlentheorie und Geometrie.

Daneben begann er schon hier in der Organisation des Hochschulunterrichtes eine großzügige und intensive Tätigkeit zu entfalten und Vorbildliches zu schaffen. Neben planmäßig ausgestalteten Vorlesungen für Ingenieure hält er Spezialvorlesungen auf höchstem Niveau, in denen er eine Reihe hervorragender Schüler wie HURWITZ und DYCK heranzieht. Von besonderer Bedeutung aber für sein späteres Leben und die Erweiterung seines Gesichtskreises wurden die mannigfachen Beziehungen sachlicher und persönlicher Art, die er in München zur Technik gewann.

Im Jahre 1880 vertauscht KLEIN seine Münchener Stellung mit einer Professur für Geometrie in Leipzig. Er kommt dorthin, 33jährig, auf der Höhe seiner wissenschaftlichen Entwicklung. Von Anfang an sieht er seine Stellung als Geometer nicht in dem hergebrachten engherzigen Sinne an. Er sagt darüber: „Ich habe das Wort Geometrie nicht einseitig als die Lehre von den räumlichen Objekten, sondern als Denkweise aufgefaßt, die in allen Gebieten der Mathematik mit Vorteil zur Geltung gebracht werden kann. Ich habe dementsprechend meine Leipziger Professur trotz mannigfachen Widerspruchs mit einer Vorlesung über geometrische Funktionentheorie begonnen.“ Mit voller Kraft warf er sich auf die Aufgaben des mathematischen Universitätsunterrichtes, den er im Sinne seiner auf Weite des Blickes zielenden Ideen einrichtet. Das Schwergewicht seiner Tätigkeit aber lag in seiner produktiven wissenschaftlichen Arbeit.

Immer mehr fühlte sich KLEIN in den Bann von RIEMANNS geometrisch-funktionentheoretischem Gedankenkreis gezogen. RIEMANN, dieser

unvergleichliche mathematische Genius, hatte sein stilles, ganz nach innen gerichtetes kurzes Gelehrtenleben zu Ende gelebt, noch bevor KLEIN das erstmal nach Göttingen kam. Seine genialen Gedankenreihen, dazu bestimmt, die Tragpfeiler für die Mathematik und mathematische Physik der Zukunft zu werden, blieben halb verstanden und ohne rechte Wirkung. Man bewunderte zwar die glänzenden neuen Resultate, konnte sich aber mit den neuen fremdartigen Methoden nicht recht befreunden. Auch in der Wissenschaft hat das Große und Echte oft nicht aus sich selbst heraus die Kraft, sich die Bahn zu brechen. Die wenigen unmittelbaren Freunde und Schüler von RIEMANN waren nicht die Persönlichkeiten, um RIEMANNS Vermächtnis zur Geltung zu bringen. Da tritt FELIX KLEIN auf den Plan. Seine expansive Natur schien zwar nach ihrer ganzen Anlage grundverschieden von dem Wesen des stillen mathematischen Heiligen. Aber in der Tiefe der Seele war es ihm doch, wenigstens bei der intuitiven Erfassung geometrischer Zusammenhänge kongenial. KLEIN wird der leidenschaftlichste und erfolgreichste Apostel des RIEMANNSchen Geistes, den er mit unwiderstehlicher Gewalt immer mehr zu unbedingter Herrschaft führt, gegenüber einer mehr kritisch eingestellten, für die Freiheit der Entwicklung nicht gefahrlosen mathematischen Geistesrichtung. Wenn die Mathematik von heute mit ruhiger Selbstverständlichkeit auf RIEMANN weiterbauen kann, so gebührt dafür KLEIN das größte und entscheidende Verdienst.

Es ist wunderbar, wie KLEIN diesen Umschwung erreichte. Niemand hatte RIEMANNS funktionentheoretische Gedanken so tief erfaßt wie er. So konnte er selbständig diese Ideenwelt in Zusammenhang bringen mit vielen lockenden Fragen und Vorstellungen aus anderen Gebieten der Mathematik und der Anwendungen und in seinen glänzenden Abhandlungen, Büchern und Vorlesungen einem größeren Kreise zugänglich machen. Den inneren Schwung aber zu dieser Tätigkeit nahm er aus dem beglückenden Gefühl, selbst als Entdecker und Vollender die RIEMANNSchen Gedanken ein großes Stück weiter führen zu dürfen. Was KLEIN hier geleistet hat, insbesondere mit seiner Theorie der automorphen Funktionen und der Uniformierung ist ohne Zweifel der Gipfel seiner eigenen produktiven Tätigkeit gewesen und hat ihn zu einer Höhe der mathematischen Konzeption geführt, die weder er selbst noch einer seiner Nachfolger auf diesem Gebiete jemals wieder erreicht hat.

Die Tätigkeit auf dem Arbeitsfelde der geometrischen Funktionentheorie ist so entscheidend und charakteristisch für KLEINS ganzes Schaffen, daß wir versuchen müssen, sie uns etwas genauer zu vergegenwärtigen. Während WEIERSTRASS die Theorie der Funktionen einer komplexen Veränderlichkeit auf dem Begriffe der Potenzreihe aufgebaut hatte und dadurch zu einem wunderbar geschlossenen und in sich gefestigten, aber ein wenig engem Bau gelangt war, hatte RIEMANN in

seiner Dissertation und später in anderen großartigen Arbeiten die Grundlagen der Funktionentheorie auf mehr anschaulichen mit der Physik zusammenhängenden Vorstellungen errichtet. Es ist die Theorie des Potentials und der Strömungen inkompressibler Fluida, deren Differentialgleichungen unmittelbar das Fundament der RIEMANNschen Funktionentheorie bilden. Ebenso eng ist der Zusammenhang mit einem aus der Kartographie wohl bekanntesten Probleme, dem der konformen, d. h. in den kleinsten Teilen ähnlichen Abbildung eines Gebietes auf ein anderes. Bei RIEMANN selbst trat die physikalisch-anschauliche Grundlage seiner Ideenbildungen in den Publikationen nicht so deutlich hervor, ja es ist überhaupt fraglich, wie weit sie bewußt für ihn eine Rolle gespielt hat. Kein Wunder, daß beim Erscheinen seiner Dissertation zunächst die Wirkung ausblieb! Diese Arbeit soll auch WEIERSTRASS zuerst ein Buch mit sieben Siegeln gewesen sein, während bezeichnenderweise HELMHOLTZ sie anscheinend ohne Schwierigkeiten aufgefaßt hat. Ein weiterer Umstand erschwerte das Vordringen der RIEMANNschen Gedanken: Wichtige grundlegende Sätze, die sogenannten Existenztheoreme, fanden sich in RIEMANNs Arbeiten mit genialer Intuition hingestellt, und wurden zum Fundament der weiteren Entwicklung gemacht; aber es fehlte der bündige scharfe mathematische Beweis. Hier setzte mit Nachdruck die WEIERSTRASSsche Kritik ein. Bei dem ungeheueren Einfluß, den WEIERSTRASS auf seine Zeit hatte, war es nur natürlich, wenn die RIEMANNsche Gedankenrichtung bei manchen Kreisen in Verruf kam und die jungen Kräfte fast ausnahmslos sich von ihm abwandten.

Es ist nun KLEINs erstes Verdienst, daß er die bei RIEMANN unsichtbar, ja vielleicht unbewußt zugrunde liegenden physikalischen Vorstellungen aus sich heraus erfaßte und souverän handhaben und weiterführen lernte. Er zog sie aus dem Dunkel hervor und hatte den Mut, sie bei seinen Veröffentlichungen geradezu zum Leitgedanken zu machen. So schuf er etwas, was man gelegentlich nicht als mathematische Physik, sondern als physikalische Mathematik bezeichnet hat. KLEIN erzeugt sich seine Funktionen, indem er ein Stück der Ebene oder einer beliebigen Fläche mit einer leitenden Schicht bedeckt denkt und an einzelnen Stellen Pole elektrischer Batterien aufsetzt, bzw. andere elektromotorische Kräfte anbringt. Der Strömungszustand, der sich einstellt, repräsentiert dann eine ganz bestimmte Funktion eines komplexen Argumentes. Alle Existenztheoreme, der berühmte RIEMANNsche Abbildungssatz, die Theorie der ABELschen Integrale und weiteres mehr wird von diesem auch für die Anwendungen so überaus wichtigem Gesichtspunkt aus unmittelbar verständlich und durchsichtig; alles tritt in einen zwangsläufigen Zusammenhang zueinander. Ebenso einfach und zwangsläufig ergibt sich für KLEIN die Ausgestaltung des Begriffes der RIEMANNschen Flächen, mit denen RIEMANN den Verlauf der

Funktionen im großen in so vollkommener Weise zu erfassen vermocht hat.

Von hier aus zu den automorphen Funktionen ist nur ein Schritt. Schon bei den elliptischen Funktionen und vor allem bei den Modulfunktionen hatte KLEIN, wie seine Vorgänger, erkannt, daß die geometrischen Symmetrieeigenschaften der Gebiete, welche Träger der betrachteten Strömungen sind, sich in ähnlichen Symmetrieeigenschaften der zugehörigen analytischen Funktionen widerspiegeln. Der Ausdruck einer solchen Symmetrie ist aber immer eine Gruppe, und so ist die Brücke zur Gruppentheorie geschlagen. Man braucht nur geometrische Gebiete mit neuen Symmetrieeigenschaften aufzusuchen und die zugehörigen Strömungen oder Funktionen zu betrachten, und hat die großartige Theorie der automorphen Funktionen in den Händen. Indem man systematisch zu jeder Funktion diejenigen zugehörigen RIEMANNschen Flächen baut, welche die vollkommenste krystallartige Symmetrie besitzen, gelangt man schließlich zu der herrlichen Konzeption der KLEINschen Uniformisierungstheoreme, welche die Wechselbeziehungen der gefundenen Einsichten vollständig klar stellen.

Wenn auch die eben geschilderten Gedankengänge nicht in allen Einzelheiten der historischen Entwicklung bei KLEIN entsprechen, so ist doch dieses Schalten und Walten und Bauen mit dem wunderbaren Material Ausdruck seines innersten Wesens. Er nahm die Gedanken und Vorstellungen, die sich ihm darboten, begierig und tatenfroh auf. Seine Grundfrage war nicht: wie beweise ich das? sondern: was tue ich damit?

Daher hat er der großen offenen Frage nach den Beweisen für die RIEMANNschen und dann für seine eigenen Existenztheoreme kein besonderes aktives Interesse zugewandt. Ganz im Unterschied zu dem vollständig anders gearteten H. A. SCHWARZ, der, angeregt durch WEIERSTRASS, als erster die einfachsten der RIEMANNschen Existenzsätze beweisen und die Grundlagen für die spätere Ausdehnung dieser Beweise schaffen konnte.

Im Augenblick des höchsten wissenschaftlichen Erfolges ereilt KLEIN sein tragisches Schicksal. Während er, ermüdet von jahrelanger Überarbeitung und belastet mit den Pflichten seines Amtes, den einsamen Weg zum Gipfel seiner Gedankenwelt schreitet, löst sich aus dem Nebel eine Gestalt, die mit ungebrochener Jugendfrische demselben Ziele zueilt. Es ist HENRY POINCARÉ, sicher einer der genialsten Mathematiker des 19. Jahrhunderts, damals noch ein unbekannter kleiner Gelehrter aus der französischen Provinz, welcher mit unglaublicher Schnelligkeit, zum Teil von KLEIN selbst angeleitet, sich in den RIEMANNschen Gedankenkreis hineindachte. KLEIN vervielfacht seine Anstrengungen. Ein leidenschaftlicher Wille befiehlt ihm, er muß der erste am Ziel sein. Es gelingt; fast gleichzeitig kommen beide an, aber KLEIN hat immerhin einen Vorsprung behalten. Doch während sich POINCARÉ frischen Mutes zu neuen Zielen

mit ungeminderter Kraft wendet, bricht KLEIN erschöpft zusammen. Er muß einen unerhörten Preis für die übermenschliche Anstrengung zahlen, eine jahrelange seelische und körperliche Depression lähmt seinen Flug, und wie er selbst sagt, das eigentliche Zentrum seiner wissenschaftlichen Produktivität bleibt für den Rest seines Lebens zerstört, wenn auch die Fülle und Tiefe der späteren wissenschaftlichen Arbeiten gegen diese Auffassung zu zeugen scheint. KLEIN ist 33 Jahre alt, als er diesen Zusammenbruch seiner produktiven Jugendkraft erlebt.

Und nun kommt die wunderbare Wendung. Dieser gebrochene Mann lebt weitere 43 Jahre und entfaltet nach den verschiedensten Seiten als Forscher, Lehrer und Organisator eine beispiellose ständig wachsende Wirksamkeit, bei welcher seine innerste Natur, die des Führers und Menschen der Tat vielleicht überhaupt erst zur vollen Auswirkung gelangt ist.

Er beginnt in der Zeit schwerster Depression, „um eine leichte Arbeit zu haben“, mit der Niederschrift seines berühmten Buches über das Iko-saeder, ein Werk, in welchem das Grundthema der endlichen Gruppe durch die Gebiete der Algebra, Funktionentheorie und Geometrie in immer neuen Variationen erklingt. Es beginnt jetzt die Zeit der mehr systematischen breit angelegten Darstellungen unter starker Heranziehung von Hilfskräften. So entstehen in den nächsten Jahrzehnten in der Zusammenarbeit mit FRICKE die großen Werke über Modulfunktionen und automorphe Funktionen und später das Buch von KLEIN und SOMMERFELD über die Theorie des Kreisels, sowie das Buch von PÖCKELS über die Differentialgleichung der Schwingungen und das von BÖCHER über die Reihenentwicklungen der Potentialtheorie.

Zwei äußere Ereignisse befreien ihn von den Nachwirkungen der akuten Depression. Zuerst eine Berufung nach Amerika, die zwar nach langem Schwanken abgelehnt wurde, ihn aber mit der Aussicht auf umfassende Wirksamkeit in einem mächtig aufstrebenden Lande an seinem Lebenszentrum, dem Willen zur Tat, packte. Und dann, im Jahre 1886, die Berufung nach Göttingen.

Es war ein Glück für KLEIN und die Wissenschaft, daß hier in Göttingen zunächst H. A. SCHWARZ das Recht des Älteren geltend machte und KLEIN von den Elementarvorlesungen und vielen Kursusvorlesungen ausschloß. So mußte und konnte KLEIN seine ganze Kraft einem höheren Unterrichtsbetriebe in Seminaren und Vorlesungen zuwenden, wie er in seiner Großartigkeit und Wirksamkeit wohl einzig dasteht. In einer Reihe von formvollendeten Vorlesungen über immer neue Themata schüttete er eine unerhörte Fülle der fruchtbarsten Gedanken und reichsten Anregungen über seine Hörer aus. Es gibt wohl keinen Mathematiker der Welt, welcher nicht wenigstens mittelbar durch diese später als Autographien verbreiteten Vorlesungen KLEINS Schüler geworden ist und mächtige Impulse von ihm empfangen hat.

Von überall her aus der ganzen Welt strömten ihm jetzt die Hörer zu und trugen dann als Lehrer an Universitäten und Hochschulen seine Gedanken und die von RIEMANN in die Welt hinaus, oft beschenkt mit Ideen, auf denen sie ihre ganze spätere Lebensarbeit errichten konnten. Charakteristisch für diese Vorlesungen und für den KLEINSCHEN Geist überhaupt, ist der hinreißende Schwung von universeller wissenschaftlicher Gesinnung, die sich überall offenbart. Überall werden die großen Zusammenhänge aufgezeigt, überall erscheint die Wissenschaft als ein Organismus, der sich nicht willkürlich zerlegen und unterteilen läßt, wenn er wahrhaft leben soll. So bildeten und bilden diese KLEINSCHEN Vorlesungen ein bitter notwendiges Gegengewicht gegen die Tendenz der Zeit zur Spezialisierung und Verknöcherung der Wissenschaft.

Neben dieser Wirksamkeit, welche von einer Reihe von Publikationen über die verschiedensten Fragen der Mathematik und mathematischen Physik begleitet ist, findet KLEIN noch die Zeit und Kraft, in täglichen stundenlangen intensiven Besprechungen und in Seminaren die wachsende Zahl seiner Spezialschüler zu eigener Produktion anzuleiten, mit königlicher Freudigkeit aus dem Schatze seiner Ideen spendend und immer mit unfehlbarer Sicherheit den Schüler auf den Punktweisend, welcher dessen Eigenart am besten entsprach.

Als 1892 SCHWARZ nach Berlin geht, und KLEIN in Göttingen freie Hand bekommt, beginnt eine neue Periode seines Schaffens, eine Periode, in welcher die organisatorische Betätigung mehr und mehr in den Vordergrund tritt. Nicht als ob die großartige Wirksamkeit in Vorlesungen und Seminaren aufgehört hätte. Im Gegenteil, der Strom dieser Vorlesungen fließt weiter, gespeist aus dem unerschöpflichen Reservoir, welches in den vergangenen Jahrzehnten gefüllt worden war. Aber den Hauptteil seiner Kräfte verwendet er jetzt, um das große Ziel zu verwirklichen, welches ihm seit seiner Knabenzeit erst unbewußt, dann immer klarer und klarer vorgeschwebt hatte: In breiter Linie die organische Einheit der Wissenschaft herzustellen, dafür zu sorgen, daß das Band zwischen der Mathematik und den Anwendungen in Physik, Technik und anderen Zweigen wieder enger geknüpft würde, die Mathematik von dem Schicksal zu retten, daß sie sich aus dem allgemeinen Kulturzusammenhange löst und zu einer Privatangelegenheit eines engen Kreises mehr oder weniger sonderbarer Spezialisten wird. Das Wort „Organisieren“ bedeutet für KLEIN nicht Herrschen um der Macht willen; es war für ihn Symbol einer tiefen Einsicht und Weisheit, der Einsicht in den wahrhaft organischen Zusammenhang der Wissenschaften, der Einsicht in das Wesen geschichtlichen Werdens, mit seiner rätselhaften Mischung von Zufall und Notwendigkeit, dem die Wissenschaft wie alles lebendige Überpersönliche unterworfen ist. „Es wurde mir immer deutlicher, daß durch Vernachlässi-

gung dieser weiten Ausblicke auch die rein wissenschaftliche Forschung selbst leiden müsse, daß sie sich durch Abschluß von der vielseitigen lebendig pulsierenden allgemeinen geistigen Entwicklung wie eine der Sonne entzogene Kellerpflanze zur Verkümmern verurteile.“

Unternehmungen von großem Wurf ergaben sich auf der Linie dieser Bestrebungen. Zunächst wurde der mathematische Unterricht an der Universität in einer für lange Zeit mustergültigen Weise organisiert. KLEIN, der die Gefahren der von ihm betriebenen mehr enzyklopädischen Unterrichtsmethode für die Mehrzahl der Studierenden wohl kannte, sorgte dafür, daß, ohne Rücksicht auf seine eigene Bequemlichkeit, neben ihm Männer berufen wurden, welche nicht die extensive, sondern die intensive Forschungs- und Lehrmethode vertraten. KLEIN ging weiter. Er hat die geschichtliche Bedingtheit aller unserer Unterrichtseinrichtungen und die zwingende Notwendigkeit einer organischen Weiterentwicklung klar erkannt. Um diese in geordnete und sachgemäße Bahnen zu lenken, benutzte er die internationale mathematische Unterrichtskommission, ein weitverzweigtes Unternehmen mit dem Ziele, alle mathematischen Unterrichtseinrichtungen der Kulturländer in ihrer historischen Entwicklung zu studieren, von der elementarsten Schule bis zur höchsten Unterrichtsform an den Universitäten. KLEIN war durchaus die Seele des Unternehmens, dessen völliger Abschluß durch den Krieg verhindert wurde. Aber es bleibt KLEINS Verdienst, wenn der mathematische Unterricht an unseren Schulen aus einer gewissen Stagnation zu neuem Leben erwacht ist und wenn die Hochschullehrer sich wieder darauf besinnen, daß sie nicht nur Spezialaufgaben, sondern allgemeine Kulturaufgaben zu erfüllen haben.

Der sieghafte Grundgedanke der KLEINSchen Unterrichtsreform ist: Die Mathematik muß auch auf der Schule aus ihrer Isolierung herausgeführt und in lebendigen Zusammenhang mit anderen Interessen gerückt werden. Sie darf nicht bloß formales Bildungsmittel bleiben, sondern sie muß gerade auch denen, deren Lebensweg später in ganz anderer Richtung geht, eine Handhabe bieten zum Verständnis der uns umgebenden Welt, soweit Maß und Zahl in ihr herrschen. Hieraus ergibt sich von selbst die Forderung: Erziehung zum funktionalen Denken, Schärfung des Blickes für die Anwendungen, Überbrückung der Kluft zwischen Schulmathematik und Hochschulmathematik.

Der Zusammenfassung der mathematischen Wissenschaften als solcher diente das Riesenunternehmen der großen mathematischen Enzyklopädie. Hier ist die Leistung von KLEIN, der wiederum durchaus die Seele der Sache war, dem gewöhnlichen Menschen beinahe unfassbar. Mehr als 100 Mitarbeiter, alles Gelehrte, also Menschen mit Eigenwillen und Eigensinn, oft auch mit einer großen Dosis von Unzuverlässigkeit und Unpünktlichkeit, zu sammeln, zu leiten, anzutreiben und wirklich dieses ungeheure Sammelwerk in brauchbarer

abgerundeter Form endlich nach Jahrzehnten zustande zu bringen, dazu wäre kein anderer fähig gewesen.

Auch die Herausgabe der Werke von GAUSS, dem Manne, dessen Universalität für KLEIN stets das große Vorbild gewesen war, hat KLEINS Tatkraft viel in Anspruch genommen. Wenn er an RIEMANN mit einer beinahe zärtlichen Liebe und Verehrung hing, beugte er sich in schrankenloser, aber kühler Bewunderung vor dem allumfassenden Genius von GAUSS. Dieses Klassikers Wesensart war der seinen „romantischen“ fremd. Während GAUSS sorgsam das Gerüst zerstörte, bevor er den geschlossenen Bau seiner Theorien enthüllte, war es KLEINS Lebensbedürfnis, seinen Schülern und jedem, der wollte, die leitenden Ideen rückhaltlos klarzulegen und oft die Ausführung des Baues anderen Händen zu überlassen. So hatte es für KLEIN auch einen eigenen Reiz, den GAUSSschen Bauplänen nachzuspüren und nicht zu ruhen, bis er wußte, wie das Gerüst ausgesehen hat und aufgeführt worden ist. Er hat durch diese Arbeit ganz wesentlich zum wirklichen Verständnis von GAUSS beigetragen und viele seiner Leistungen überhaupt erst in die richtige historische Perspektive gebracht, wenn er auch die Vollendung seines Planes einer wissenschaftlichen Gaußbiographie nicht mehr erlebte.

Für uns in Göttingen aber wohl die wichtigste organisatorische Leistung von KLEIN ist die Verbindung der Wissenschaft mit den Kreisen der Industrie und überhaupt des Wirtschaftslebens, welche KLEIN gegen mannigfache starke Hindernisse in zähem Ringen durchgesetzt hat. Die erste Anregung zu diesen Plänen brachte er aus Amerika mit, wo er im Jahre 1893 als Kommissar des preußischen Kultusministers gewesen war. Er hatte mit offenen Augen die gewaltigen materiellen und ideellen Triebkräfte des Landes erfaßt, ganz im Gegensatz zu manchen Reisenden, welche in ihrem Europäerhochmut nur das Negative sehen wollen. Es war nicht leicht, die Widerstände zu überwinden, welche KLEIN in der Heimat vorfand. Engherzige Kollegen hatten Furcht: die Reinheit der Wissenschaft schien ihnen bedroht, „die leise Musik der Naturgesetze könnte durch die Trompetenklänge der technischen Erfolge gestört werden“. Auch von außen kam der Widerstand. Die technischen Hochschulen liefen Sturm gegen die vermeintliche gefährliche Konkurrenz in Göttingen. Das Kultusministerium zögerte. Aber schließlich gelang es doch. Mit den Ingenieuren war Frieden geschlossen, der Widerstand der Kollegen war verstummt. Das preußische Kultusministerium, dessen großzügiger vorurteilsfreier Wirksamkeit die Wissenschaft seit mehr als 100 Jahren so viel zu verdanken hat, trat aus seiner reservierten Haltung heraus. Es wurde damals praktisch von FRIEDRICH ALTHOFF beherrscht, einem Verwaltungsbeamten größten Ausmaßes, der mit schwungvoller Energie KLEINS Pläne aufnahm und bis zuletzt aufs entschiedenste gefördert hat.

Gemeinsam mit dem werbekräftigen Herrn H. v. BÖTTINGER gelang es KLEIN, in der „Göttinger Vereinigung zur Förderung der angewandten Mathematik und Mechanik“ einen erlesenen Kreis von Führern des Wirtschaftslebens mit seinen näheren Göttinger Fachkollegen zusammenzubringen; nach und nach wurden in Göttingen neue Institute geschaffen, deren Zweck die Pflege der angewandten Wissenschaft ist, angewandte Mathematik, angewandte Mechanik mit Hydrodynamik und Aerodynamik, angewandte Elektrizität, Geophysik, mathematische Statistik. KLEIN begnügte sich dabei nicht mit einer bloßen Begründung der neuen Institute, sondern er setzte seine volle Kraft ein, um diese Institute und die neugewonnenen Kollegen in engste Wechselbeziehung mit dem übrigen wissenschaftlichen Leben an der Universität zu bringen. So hielt er gemeinsam mit den Vertretern der angewandten Fächer eine Reihe von Seminaren ab, oft über ihm scheinbar ganz fern liegende Thematika, aber immer durch die Raschheit seiner Auffassung, den Reichtum seiner Ideen und die Lebendigkeit seines Interesses anregend und anfeuernd. Auf diese Art ist KLEIN für unsere Universität der Begründer und Erhalter ihrer Weltgeltung in den mathematisch-physikalischen Disziplinen geworden und für Deutschland der Pionier des Gedankens, daß die Männer der Wirtschaft mit denen der Wissenschaft bei der Pflege der wissenschaftlichen Aufgaben zusammenwirken müssen. Als nach dem Kriege die Göttinger Vereinigung aufgelöst werden mußte und in die Notgemeinschaft bzw. die HELMHOLTZgesellschaft aufging, da konnte KLEIN ohne Wehmut seine Zustimmung geben. Denn er durfte die neueren größeren und umfassenderen Organisationen als Kinder seines Geistes und als legitime Nachfolger der Göttinger Vereinigung ansehen.

Von den mannigfachen sonstigen organisatorischen Betätigungen erwähne ich nur noch die vorbildliche Leitung der mathematischen Annalen, deren Seele er schon seit seiner Erlanger Zeit war, die intensive Tätigkeit als Mitglied des Preußischen Herrenhauses und die Reorganisation der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften.

Im Jahre 1911 erleidet KLEIN einen neuen Zusammenbruch. Das Maß der Arbeit war zu groß gewesen. Er läßt sich emeritieren, um sich von der anstrengenden bis zuletzt glänzenden Vorlesungstätigkeit zurückzuziehen und sich ganz den organisatorischen Arbeiten zu widmen.

Wieder rüttelt den Tatmenschen ein äußeres Ereignis auf, der Krieg, dessen militärische und politische Entwicklung er mit größtem Interesse verfolgt. Er nimmt die Vorlesungstätigkeit wieder auf, allerdings nur in seiner Wohnung für einen kleinen Kreis auserwählter Kollegen und reifer anderer Zuhörer. Veranlaßt durch den Plan, für ein größeres Sammelwerk eine Gesamtdarstellung der Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert zu schreiben, trägt er in den ersten Kriegsjahren fortlaufend über ausgewählte geschichtliche Fragen vor. Diese Vorträge, in Schreibmaschinenschrift

vielfach verbreitet, sind wie die vollendete süße Frucht der KLEINSchen Altersweisheit. Der tiefe historische Sinn, die unvergleichliche Lebendigkeit der Darstellung, die Lebensfülle der aufgezeigten Wechselbeziehungen zwischen der Mathematik und anderen geistigen Strömungen, die unendliche Überlegenheit des Standpunktes, welche aus diesen Vorträgen uns entgegenweht, finden wohl sonst nirgends ihresgleichen in der Geschichtsschreibung einer Wissenschaft.

KLEIN schob die Ausführung dieses groß angelegten Publikationsplanes auf, als im Jahre 1918 seine Freunde eine Gesamtausgabe seiner Abhandlungen anregten und die äußeren Möglichkeiten dafür nach vergeblichen anderweitigen Versuchen trotz der Schwere der Zeit durch den SPRINGERSchen Verlag gegeben wurden. Im Jahre 1923 erschien nach fünfjähriger intensiver Arbeit der dritte und letzte Band seiner Ausgabe, die in ihrer Art ein Meisterwerk ist. Es ist kein bloß mechanischer, vielleicht hie und da berichtigter Abdruck der früher erschienenen Arbeiten; sondern jede einzelne Abhandlung ist durch ausführliche Kommentare und Noten in den historischen Rahmen ihrer Entstehung gestellt, und so gibt diese Gesamtausgabe von selbst ein gut Teil der Geschichte der Mathematik der letzten 50 Jahre wieder. Man kann diese drei Bände nicht aus der Hand legen, ohne einen überwältigenden Eindruck von der Fülle und Vielseitigkeit der produktiven wissenschaftlichen Tätigkeit KLEINS mitzunehmen.

Mit der Herausgabe der Abhandlungen fühlte KLEIN sein Lebenswerk vollendet. Der Wunsch, das fertige Werk noch zu sehen, hatte den Lebenswillen in dem gebrochenen Körper aufrechterhalten. Zwar ergriff er sofort neue Aufgaben, die Vorbereitung seiner autographierten Vorlesungen und seiner geschichtlichen Vorträge für den Druck. Aber er tat diese Arbeit in dem Bewußtsein, daß ihre endgültige Ausführung in andere Hände gelegt werden müsse. Bis zuletzt seiner Arbeit treu, ist er sanft und leise kampfflos dahingegangen. Sein Leben war wirklich in sich vollendet.

Was war das Geheimnis dieser Persönlichkeit und ihrer Wirkung? Er hat die große Macht über die Menschen besessen, weil er geistige Überlegenheit verband mit einer dienenden Sachlichkeit, weil er nie etwas für sich selbst, stets alles für seine Ziele tat, weil man in der majestätischen Würde seines Wesens nie eine Spur von Eitelkeit und Selbstüberhebung herausfühlen konnte. Es fehlte ihm nicht an echtem Humor, dem Anzeichen wahrer geistiger Freiheit. Aber alles dies wird überstrahlt von dem Zauber seines Wesens, der magnetischen Kraft, mit der er jeden, auch Widerstrebende, zwang, ihm Mitarbeiter zu werden und Gefolgschaft zu leisten.

Sein Leben war erfüllt von der Kraft des Denkens und dem Willen zur Tat, beide beflügelt durch eine geniale Phantasie, welche immer neue und neue Entwürfe gestaltete. Er war ganz der Typus des Weisen und Herrschers, wie ihn PLATO in seinem

Staate gezeichnet hat. In anderen Ländern oder zu anderen Zeiten hätte ihm gewiß eine glänzende Laufbahn als Staatsmann oder Politiker offen gestanden.

Die Leistungen, die er vollbracht hat, sind in ihrer Vielseitigkeit und Fülle fast übermenschlich. Nur durch eiserne Zucht und entsagungsvolle Strenge der Lebensführung konnte KLEIN das erreichen. Jede Minute war der systematischen Arbeit gewidmet, ein musterhafter Ordnungssinn verhütete jeden Zeitverlust. Die Freuden des gewöhnlichen Menschen gönnte KLEIN sich nicht. Seine Spaziergänge und seine vielen Reisen dienten weniger der Erholung als dem Gedankenaustausch mit anderen. Ihm, der einen offenen, empfänglichen Sinn für alles Große und Echte besaß, war es nicht gegeben, beim Genuß der Kunst oder Musik von seiner Arbeit auszuruhen. Auch mag es sein, daß er in den Jahrzehnten der angestrengtesten Arbeit für die Aufrechterhaltung rein menschlicher Beziehungen zu der Menge der Fernerstehenden nicht immer die Kraft aufbringen konnte. Zwar seine nächsten Angehörigen und die große Zahl seiner Schüler verloren nie das Gefühl, daß hinter dieser unerbittlichen naiven Sachlichkeit ein gütiger Mensch stand. Aber mancher, der ihn nur als Organisator kennenlernte, und mit dem er keinen seelischen Kontakt gewann, empfand vielleicht sein Wesen als zu hart und gewaltsam; so hat KLEIN sich manchmal Widerstände und Hemmungen draußen geschaffen, die ihm viel Kräfte verzehrten und welche eine weichere Hand leicht überwunden hätte.

Sein Leben voller Erfolge und Ehren war nicht ohne Tragik. Ich meine nicht die äußere Tragik, die der Krieg über unsere Zeit gebracht hat; wunderbar hat er sich damit abgefunden. Aber

viel schwerer wiegt die Tragik, welche in seiner wissenschaftlichen Veranlagung begründet war. Ihm, dem die Kraft der Synthese, der Kombination in einem so außerordentlichen Maße verliehen war, stand nicht in derselben Stärke die andere mathematische Grundkraft zur Verfügung, die zur eindringenden tiefbohenden Analyse. Sein intuitives Verständnis auch für die ihm fernst liegenden abstraktesten Teile der Mathematik war erstaunlich. Aber der Sinn für die exakte Ausgestaltung im einzelnen und die Versenkung in ein Einzelproblem fehlte ihm. Er war wie ein Flieger, der hoch über die Lande braust, neue Gebiete, herrliche lockende Landschaften entdeckt und überfliegt und der doch mit seiner Maschine nicht landen kann, um wirklich Besitz zu ergreifen, zu ackern und zu ernten. KLEIN, dessen Seele stets nach der Berührung mit der Wirklichkeit lechzte, hat diesen tief innerlichen Zwiespalt getragen, vielleicht seiner Tragweite nicht voll bewußt. Aber ich glaube fast, daß hier eine der letzten Ursachen seines entscheidenden Zusammenbruchs zu suchen ist. KLEIN hat sicherlich empfunden, daß gerade seine großartigsten wissenschaftlichen Schöpfungen im Grund nur gigantische Entwürfe waren, deren Ausführung er anderen Händen überlassen mußte.

Wenn wir uns auch dieser Grenze von KLEINS Persönlichkeit bewußt werden, so können wir doch nicht dankbar genug für das alles sein, was er uns gewesen ist. Er war eine Künstlernatur, weniger ein Zeichner mit scharf umreißendem Stift, mehr wie ein großer Baumeister oder Plastiker, erfüllt von der Leidenschaft des Handelns, des Gestaltens.

Die letzte Quelle seiner wunderbaren Kraft aber blieb die Liebe und Treue zu der Wissenschaft, auf der er sein Leben aufgebaut hat.