

Sonderabdruck.

Engel

Herrmann Hannover

JAHRESBERICHT DER DEUTSCHEN
MATHEMATIKER-VEREINIGUNG

IN MONATSHEFTEN HERAUSGEGEBEN VON

A. GUTZMER

IN HALLE A. S.



19. BAND. 1. HEFT. JANUAR.

MIT 9 FIGUREN IM TEXT.

AUSGEGEBEN AM 2. FEBRUAR 1910.



LEIPZIG,

DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.

1910.

Das nächste Heft wird Ende Februar ausgegeben werden.

Hermann Graßmann.

Von FRIEDRICH ENGEL in Greifswald.¹⁾

Am 15. des letztvergangenen April waren hundert Jahre verflossen, seit Hermann Graßmann in Stettin geboren worden ist. Die Deutsche Mathematiker-Vereinigung hat in den Jahren, wo die Geburtstage Jacobis und Eulers zum hundertsten und zum zweihundertsten Male wiederkehrten, das Andenken dieser Männer gefeiert: wie sollte sie unterlassen, Graßmanns zu gedenken, eines der deutschesten unter den Mathematikern, der vielleicht mehr als irgendein anderer alle die Eigenschaften in sich vereinigt, durch die sich die deutschen Mathematiker vor denen der andern Völker auszeichnen, die Vorzüge ebenso wie gewisse Schwächen. Der Aufforderung des Vorsitzenden unsrer Vereinigung, die Reihe der diesjährigen Vorträge durch einen über Graßmann zu eröffnen, habe ich mich daher nicht entziehen wollen, obgleich ich schon zweimal öffentlich über Graßmann gesprochen habe.

Es ist ein eigentümliches Zusammentreffen, daß unsre Versammlung, bei der Graßmanns gedacht werden soll, gerade hier in Salzburg stattfindet. Vor achtzig Jahren — am 17. September 1829 — wanderten drei Berliner Studenten der Theologie an einem wundervollen Morgen von dem Markte Thalgau aus dem schönen Salzburg zu. Sie waren auf einer großen Reise begriffen, die sie über Dresden, Wien und Steiermark hierher geführt hatte. Hermann Graßmann war der eine, mit ihm sein älterer Bruder Gustav und ein gemeinsamer Freund beider, Gustav Lenz, dem wir eine ausführliche Beschreibung der ganzen Reise verdanken.²⁾ Zum „Bräu im Stein“ kehrten sie ein, mit prächtiger Aussicht auf die vieltürmige Stadt, den Schloßberg und im Hintergrunde die Gipfel des Untersbergs, des Aigen und des Geisbergs. Ihr erster Gang war nach dem Mönchsberge, wo sie im Grase gelagert sich nicht satt sehen konnten an der vom Sonnenunter-

1) Vortrag, gehalten auf der Salzburger Versammlung am 20. 9. 1909.

2) Vgl. Ein Frühlingsleben. Selbstbiographie von G. Lenz. Als Manuscript gedruckt. Buchhandlung der Berliner Stadtmission. Berlin (ohne Jahreszahl, 1892 oder 1893).

gang wunderbar beleuchteten Landschaft. Erst als die Nacht herabsank und das Alpenglühn begann, gingen sie heim in ihre Herberge, wo sie von den Begebenheiten entzückt sich noch lange beim Seidel Bier erquickten. Gustav Graßmann oder, wie er genannt zu werden pflegte, der Lax, hatte dabei des Guten zuviel getan. In der Nacht wurde er sehr unruhig, legte sein schweres Deckbett auf die Diele, wollte da kampieren und meinte, er liege auf einer Messerschneide und sei mit einem Salzkammergutsbergwerke bedeckt. Sein Bruder Hermann stand auf, suchte ihn vom Gegenteil zu überzeugen und philosophierte mit ihm a priori und a posteriori, während Lax immer wiederholte: „Ich begreife nicht, daß du das nicht einsehst.“ Kurz es gab eine höchst komische Szene.

Der dritte im Bunde, Gustav Lenz, hat uns diese Züge in seiner Selbstbiographie überliefert. Hier an dem Orte, wo sie sich zugetragen haben, konnte ich mir nicht versagen, sie mitzuteilen.

Als Graßmann damals Salzburg besuchte, ahnte er noch nicht, daß ein Mathematiker aus ihm werden würde. Er hatte im Herbst 1827 die Universität Berlin bezogen, um Theologie zu studieren. Von der Theologie hatte er sich allmählich abgewendet und sich mehr und mehr in das Studium der Philologie vertieft. Seiner besonderen Begabung für die Mathematik war er sich, wie es scheint, noch gar nicht bewußt, doch hatte er sich bereits vorgenommen, auch Mathematik zu treiben, sobald er in der Philologie einen guten Grund gelegt haben würde. Auf der Universität freilich, die er noch ein Jahr lang besuchte, ist er dazu nicht mehr gekommen und hat daher niemals eine mathematische Vorlesung gehört — doch würde er das vielleicht sowieso nicht getan haben; denn er war schon während seiner Studentenjahre zu der Überzeugung gekommen, daß die akademischen Vorlesungen nur dann wirkliche Frucht bringen können, wenn man sie sparsam genießt.

Im Herbste 1830 kehrte er ins Vaterhaus zurück und bereitete sich nunmehr auf das Staatsexamen vor, das er in den philologischen Fächern und in der Mathematik ablegen wollte und im November 1831 wirklich vor der Berliner Prüfungskommission abgelegt hat. Erst jetzt begann er, sich ernstlich mit Mathematik zu beschäftigen, aber er trieb sie, wie er es im Grunde auch schon bei der Philologie getan hatte, als Autodidakt, nach Büchern und nach den Schriften und Heften seines Vaters.

Dieser sein Vater, Justus Günther Graßmann, war ein tüchtiger Mathematiker und Physiker, der eine Reihe origineller Lehrbücher der Elementarmathematik veröffentlicht und der sich in der

Physik und der Kristallographie einen Namen gemacht hat: er ist der Erfinder des nach ihm benannten Luftpumpenhahnes und hat selbstständig die Indizesbezeichnung der Kristalle ersonnen. Schon er besaß eine Eigentümlichkeit, durch die unser Hermann vielleicht in noch höherem Maße ausgezeichnet ist: nichts, was er in Büchern fand oder was ihm sonst mitgeteilt wurde, übernahm er als etwas Gegebenes, sondern er legte es sich immer auf seine eigne Weise zurecht und ruhte nicht eher, als bis er es so verarbeitet hatte, daß er es gewissermaßen als sein Eigentum betrachten konnte.

So trieb auch Hermann damals die Elementarmathematik und die Anfangsgründe der höheren Mathematik ganz systematisch, indem er zum Beispiel Arithmetik und Geometrie nicht nacheinander, sondern gleichzeitig studierte und sie miteinander zu verbinden suchte. In diesem Sinne schrieb er gleich eine kleine Abhandlung über die geometrische Analyse und über die Anwendung der Arithmetik und Algebra auf die Geometrie, um seine Kenntnisse auf beiden Gebieten zu befestigen und sich das, was ihm etwa noch unklar sein möchte, deutlich zu machen.

Nähere Angaben über den Inhalt dieser kleinen Abhandlung, die sicher vor dem November 1831 entstanden ist, haben wir nicht, wohl aber wissen wir, daß Graßmann bereits im folgenden Jahre, also 1832 zu den ersten grundlegenden Begriffen seiner späteren Ausdehnungslehre gelangt ist. Den Anstoß dazu gab, wie er selbst berichtet, die Betrachtung des Negativen in der Geometrie. Er gewöhnte sich, die Strecken AB und BA als entgegengesetzte Größen zu betrachten, und fand so die für drei beliebige Punkte A, B, C einer Geraden gültige Gleichung: $AB + BC = AC$. Ohne zu ahnen, daß Möbius diese Gleichung schon in seinem baryzentrischen Kalkül verwertet hatte, ging er gleich noch weiter. Indem er das Gesetz: $AB + BC = AC$ auch für Punkte, die nicht in gerader Linie liegen, als gültig annahm, gewann er die geometrische Addition der Strecken, die Möbius erst viel später, 1843, veröffentlicht hat. Endlich führte ihn eine von seinem Vater herrührende eigentümliche Auffassung des Produktbegriffs in der Geometrie zu der Bemerkung, daß nicht nur das Rechteck, sondern auch das Parallelogramm als Produkt zweier anstoßender Seiten betrachtet werden kann, wenn man nicht das Produkt der Längen, sondern das der beiden Strecken mit Festhaltung ihrer Richtungen ins Auge faßt. Diese Multiplikation stand zur Addition der Strecken in genau derselben Beziehung wie die gewöhnliche algebraische Multiplikation zur algebraischen Addition; aber das Produkt hatte die Eigenschaft, bei der Vertauschung seiner beiden Faktoren

das Zeichen zu wechseln — das erste, den Entdecker selbst überraschende Beispiel dieser Art.

Zunächst verfolgte er jedoch diese Untersuchungen nicht weiter. Im Mai 1834 machte er das erste theologische Examen und ging bald darauf als mathematischer Lehrer an die Berliner Gewerbeschule, wo er der Nachfolger Steiners wurde. Wir wissen nicht, ob dieses Zusammentreffen wirklich zu einem Verkehr zwischen beiden Männern geführt hat, jedenfalls hat es auf Graßmanns wissenschaftliche Richtung keinen Einfluß ausgeübt, nur dazu wird es ihn veranlaßt haben, Steiners Schriften zu studieren. Er befolgte eben hier, wie sein ganzes Leben lang, den Grundsatz, den Händel einmal ausgesprochen haben soll: „Man muß lernen, was zu lernen ist, und dann seine eigenen Wege gehen.“

Anfang 1836 kehrte er nach Stettin zurück. Er wurde Lehrer an der Ottoschule, einer erweiterten Bürgerschule, kam dann 1843 an die Friedrich-Wilhelms-Schule, eine höhere Bürgerschule, und wurde 1852 Nachfolger seines Vaters an dem Gymnasium, eine Stellung, die er bis zu seinem Tode, am 26. September 1877, bekleidet hat.

Dies die einfachen Linien seines äußeren Lebens. Für sein inneres Leben brachte das Jahr 1839 eine bedeutsame Wendung: er entdeckte seinen Beruf zur Mathematik. Hören wir, wie das zuging.

Im Mai 1838 hatte er sich zum zweiten theologischen Examen gemeldet, vermutlich nicht sowohl, weil er wirklich noch daran dachte, Prediger zu werden, als vielmehr, um die theologischen Studien zu einem endgültigen Abschlusse zu bringen. Da, am 28. Februar 1839, ein volles Vierteljahr bevor er die drei schriftlichen Arbeiten für die theologische Prüfung einzureichen hatte, sandte er nach Berlin eine Meldung zu einer Nachprüfung in Mathematik und Physik, um die früher erworbenen Lehrbefähigungen auf die oberen Klassen auszudehnen. Professor Conrad vom Joachimstalschen Gymnasium war damals in der Prüfungskommission Vertreter der Mathematik. Er erhielt Graßmanns Meldung am 4. März und stellte gleich an demselben Tage die mathematisch-physikalische Aufgabe: „Theorie der Ebbe und Flut“. Am 20. April 1840 hat dann Graßmann seine Bearbeitung dieses Themas nach Berlin eingesandt.

Schon dem Umfange nach ist diese Prüfungsarbeit ganz außergewöhnlich. Ihr Abdruck in dem dritten Bande der gesammelten Werke füllt 190 Seiten Groß-Oktav. Aber geradezu bewundernswürdig ist das, was Graßmann in ihr geleistet hat, namentlich, wenn man die erschwerenden Umstände bedenkt, unter denen er zu arbeiten hatte. Machte er doch im Juli 1839 die zweite theologische Prüfung

und bestand sie mit dem Prädikate „sehr gut“, und hatte während der ganzen Zeit seinen vollen Unterricht an der Ottoschule zu erteilen.

Er selbst erzählt, daß er durch die Beschäftigung mit der Theorie der Ebbe und Flut veranlaßt wurde, die *Mécanique analytique* des Lagrange zu studieren. Da erinnerte er sich der geometrischen Addition und Multiplikation der Strecken, die er seit dem Jahre 1832 besaß, und er fand, daß sich ein großer Teil der Lagrangeschen Entwicklungen mit Hilfe dieser Analyse viel übersichtlicher darstellen und ganz ungemein abkürzen ließ. Dadurch ermutigt, wagte er den Versuch, die neue Analyse auch auf die schwierige Theorie der Ebbe und Flut anzuwenden, einen Versuch, dessen Kühnheit gar nicht hoch genug zu veranschlagen ist; gesteht er doch selbst, daß er die Laplacesche Theorie der Ebbe und Flut zum Teil auf keine andere Weise habe verstehen können, als indem er die Laplaceschen Ergebnisse auf neue Weise ableitete. Er mußte zu diesem Zwecke eine Menge neuer Begriffe entwickeln und in die neue Analyse kleiden; zu den Schwierigkeiten, die schon in dem Gegenstande an sich lagen, schuf er sich neue Schwierigkeiten durch die Einführung neuer Symbole und neuer ungewohnter Rechnungsarten, was damals noch etwas ganz anderes bedeutete als heutzutage, wo die mathematische Symbolik so außerordentlich viel weiter getrieben ist und wir des Operierens mit Symbolen soviel gewohnter sind.

Aber seine Erfinderkraft war einmal erwacht, und so gelang es ihm, alle Hindernisse zu bezwingen, es gelang ihm, die Laplacesche Theorie nicht bloß auf seine Weise neu zu begründen, sondern sogar sie in einigen Punkten zu vervollständigen. Das bewundernswürdigste dabei ist, daß er bei der Entwicklung seiner neuen Analyse niemals bloß die vorliegende Aufgabe im Auge hatte, sondern seinen Blick stets auf das Allgemeine gerichtet behielt. Er war sich von Anfang an vollkommen darüber klar, daß seine neuen Methoden für die ganze Geometrie und für die ganze Mechanik von der größten Bedeutung waren, und spricht das auch bei jeder Gelegenheit aus, obwohl er sich begnügen muß, sie nur so weit zu entwickeln, als das gerade vorliegende Bedürfnis erfordert. In der Tat enthält die Prüfungsarbeit die wesentlichsten Begriffe und Rechnungsarten seiner späteren Ausdehnungslehre teils vollständig teils wenigstens im Keime. Sie verwirklicht schon bis zu einem gewissen Grade das Ideal, das ihm vorschwebte: er wollte die Einführung willkürlicher Koordinaten, die mit der Sache nichts zu tun haben, vermeiden, weil durch diese Koordinaten die Idee ganz verdunkelt wird und die Rechnung in einer mechanischen, dem Geiste nichts darbietenden und darum geisttötenden

Formelentwicklung besteht. Vielmehr sollte die Idee, durch nichts Fremdartiges getrübt, überall durch die Formelentwicklung hindurchstrahlen, so daß der Geist auch bei jeder Formelentwicklung in der Fortentwicklung der Idee begriffen wäre.

Durch die Bearbeitung der Theorie von Ebbe und Flut ist Graßmann zum Mathematiker geworden. Durch sie wurden die in ihm schlummernden Kräfte, deren er sich vorher noch gar nicht bewußt war, geweckt, er wurde auf ein Gebiet geführt, das ihm einen unerschöpflichen Ertrag verhiess. Es reifte in ihm der Entschluß, aus der Darstellung, Erweiterung und Anwendung der neuen Analyse eine Aufgabe seines Lebens zu machen. Alles, was er später als Mathematiker geleistet hat, ist nur die folgerichtige Weiterentwicklung der Grundsätze, von denen er sich schon damals hatte leiten lassen.

Was ich hier berichtet habe, sind die Tatsachen, soweit sie sich aus Graßmanns eignen Schriften und aus den Akten ergeben. Hiernach könnte man den Eindruck gewinnen, als ob der Professor Conrad durch die Prüfungsaufgabe, die er gestellt hatte, den Anstoß zu dieser ganzen folgenreichen Entwicklung gegeben hätte, als ob ihm das Verdienst zukäme — ein vollständig unbeabsichtigtes Verdienst freilich —, die in Graßmann vorhandenen, aber noch schlummernden mathematischen Fähigkeiten und Kräfte geweckt zu haben. Unmöglich wäre das ja an und für sich nicht, aber es wäre doch eine zu auffallende Erscheinung, als daß man sich so ohne weiteres bei dieser Erklärung des Zusammenhangs beruhigen könnte. Wirklich stellt sich auch bei näherer Prüfung heraus, daß sich die Sache aller Wahrscheinlichkeit nach ganz anders verhält.

Zunächst sagt Graßmann selbst nirgends, daß die Prüfungsaufgabe für ihn der Anlaß gewesen sei, sich mit der Theorie der Ebbe und Flut zu beschäftigen. In der Vorrede zur Ausdehnungslehre von 1844, wo er die allmähliche Entwicklung seiner Ideen schildert, heißt es nur: „Eine Arbeit über die Theorie der Ebbe und Flut, welche ich späterhin vornahm“, und das klingt durchaus nicht, als hätte er, ohne darauf vorbereitet gewesen zu sein, diese Arbeit erst infolge der Prüfungsaufgabe unternommen. Da er selbst die Bedeutung dieser Arbeit für die Entwicklung seiner Ideen außerordentlich hoch stellt, so würde er, bei seiner großen Gewissenhaftigkeit, es sicher nicht verschwiegen haben, wenn der Anstoß zu dieser Arbeit von Conrad ausgegangen wäre.

Andrerseits erscheint es von vornherein kaum glaublich, daß Conrad ohne besondere Veranlassung einem Kandidaten eine so schwierige und weitausschauende Arbeit zugemutet haben sollte, und auch der Umstand gibt zu denken, daß er die Aufgabe gleich an dem-

selben Tage gestellt hat, an dem ihm Graßmanns Gesuch zugeing. Man kommt unwillkürlich auf die Vermutung, daß ihn das Gesuch nicht unvorbereitet traf, und daß Graßmann selbst ihn vorher gebeten hatte, gerade die Theorie der Ebbe und Flut als Aufgabe zu stellen.

Diese Vermutung erhält eine unerwartete Stütze durch die beiden Tatsachen, daß Graßmanns Vater bereits am 10. Januar 1839 in der Stettiner Physikalischen Gesellschaft einen Vortrag: „Über die Verbreitung der Flut auf der Erdoberfläche“ gehalten hat, und daß sich in einer Stettiner Zeitung, den „Börsennachrichten von der Ostsee“ vom 28. Januar 1839 ein Aufsatz findet: „Beobachtungen über die Flut“. Daraus geht mit Sicherheit hervor, daß schon während des Januars 1839 in Stettin die Theorie der Ebbe und Flut besprochen worden ist, und zwar sogar in Kreisen, denen unser Graßmann sehr nahe stand. Es ist daher höchst wahrscheinlich, daß auch er selbst damals schon anfang oder angefangen hatte, sich mit dieser Theorie zu beschäftigen, und daß er, als er sich zur Prüfung meldete, bereits gewisse Fortschritte gemacht hatte, die ihn ermutigten, sich von Conrad gerade das bewußte Thema zu erbitten.

Wollte man diese Vermutung nicht gelten lassen, sondern annehmen, daß wirklich erst die Prüfungsaufgabe Graßmann auf die Theorie der Ebbe und Flut geführt hätte, so würde allerdings die Leistung, die Graßmann mit seiner Prüfungsarbeit vollbracht hat, noch bewundernswerter sein, als sie sonst schon ist, aber sie würde auch an das Unbegreifliche grenzen, und es läge dann wirklich ein Beispiel dafür vor, daß ein Mann, der selbst in der Wissenschaft nichts geleistet hat, ohne es zu wollen, durch reinen Zufall eine Leistung von dauerndem Werte hervorgerufen hätte.

Conrad hat übrigens Graßmanns umfangreiches Manuskript, das ihm am 26. April 1840 zugeing, schon am 1. Mai, dem Tage der mündlichen Prüfung, die äußerst glänzend ausfiel, wieder zurückgegeben. In diesen wenigen Tagen konnte er die Arbeit kaum wirklich lesen, geschweige denn nach Gebühr würdigen. Kein Wunder daher, daß seine Beurteilung äußerst kühl und farblos ausgefallen ist. In dem Prüfungszeugnisse heißt es über die Arbeit nur: „Seine Probearbeit behandelte die Theorie der Ebbe und Fluth durchaus gründlich und streng, und er hatte sogar nicht ohne Glück eine von der Laplaceschen Theorie in manchen Stücken abweichende eigentümliche Methode gewählt.“ Hätte wirklich Conrad durch sein Thema die Arbeit veranlaßt, man sollte meinen, er würde seiner Überraschung über das Geleistete einen anderen Ausdruck gegeben haben.

Wir haben Graßmanns Entwicklung als Mathematiker bis zu dem Zeitpunkte verfolgt, wo er seinen Beruf zur Mathematik erkannte und mit einem Male in die Reihen der wirklichen Erfinder trat, deren Zahl zu allen Zeiten klein gewesen ist. Es ist nicht meine Absicht, hier seine späteren Leistungen zu besprechen, die, soweit sie auf dem Gebiet der Mathematik liegen, fast durchweg aus den Ideen hervorgegangen sind, die seine Prüfungsarbeit entwickelt oder doch im Keime enthält. Auch seine mathematisch-physikalischen Leistungen, die Aufstellung eines elektrodynamischen Grundgesetzes, das das Ampèresche ersetzen kann, seine Theorie der Farbenmischung, seine Vokaltheorie, zu deren Aufstellung ihn sein äußerst feines und durch gründliche musikalische Schulung äußerst ausgebildetes Gehör befähigte, sie will ich nur nennen. Ganz schweigen muß ich hier von seinen sprachwissenschaftlichen Studien, denen er sich zuwandte, als er sah, daß die Mathematiker seine mathematischen Arbeiten gänzlich unbeachtet ließen, und die ihm noch bei Lebzeiten bei den Sprachforschern die Anerkennung einbrachten, die dem Mathematiker versagt blieb. Nur einige allgemeine Betrachtungen möchte ich noch anfügen über die Ursachen, denen es zuzuschreiben ist, daß Graßmanns mathematische Schriften auf die Entwicklung der Mathematik so gar keinen Einfluß ausgeübt haben.

Jeder wirklich originelle Denker ist seinen Zeitgenossen unbequem. Die Durchschnittsmenschen verstehen ihn nicht, und, wer selbst originelle Gedanken hat, dem fehlt oft die Neigung, sich in die fremdartig erscheinenden Gedanken des andern zu vertiefen, namentlich wenn sie dem eigenen Arbeitsgebiete fern liegen.

Graßmann gehört zu den durchaus originellen Denkern, als Mathematiker ebenso wie später als Sprachforscher. Autodidakt, niemals einer Schule angehörig, hatte er sich die Selbständigkeit des Geistes bewahrt, die ihn befähigte, unbeirrt von vorgefaßten Meinungen seine Ideen bis in die äußersten Konsequenzen zu verfolgen und neue Wege zu versuchen, wie sehr sie auch von der allgemeinen Heerstraße abwichen und wie ungangbar sie auch zunächst scheinen mochten.

Unglücklicherweise aber zählte das Gebiet, auf dem er arbeitete, ganz und gar nicht zu denen, die damals Mode waren. Die kritische Richtung, die eine Nachprüfung und Berichtigung der bisher üblichen mangelhaften und ungenügenden Beweise erstrebte, hatte unter den Mathematikern erst sehr wenig Boden gewonnen, von einer Kritik der Methoden, die auf Reinheit der Methoden gedrungen hätte, war noch viel weniger die Rede, höchstens bei den Vertretern der synthetischen Geometrie. Man strebte im besten Falle nach einer gewissen äußeren Eleganz der Rechnung, etwa wie sie durch Hesse vertreten wird. Mit

dem Instrumente zur analytischen Behandlung der Geometrie, das man in den Koordinaten besaß, war man vollkommen zufrieden und empfand gar kein Bedürfnis, es durch etwas Vollkommeneres zu ersetzen. Hätte nun Graßmann, der doch gerade dieses Ziel verfolgte, mit zahlreichen überraschenden neuen Ergebnissen aufgewartet, mit der Lösung bisher für unlösbar gehaltener Probleme, da wäre man wohl stutzig geworden, so aber hielt man ihm immer entgegen, er bringe doch nur alte Dinge in einer neuen, schwer verständlichen Einkleidung, und das alles lasse sich ebensogut oder eigentlich noch besser, jedenfalls bequemer auf dem alten gewohnten Wege erreichen.

Graßmann hat sich den Erfolg zum Teil selbst dadurch verschert, daß er, wie wir Deutschen es nur zu oft tun, gleich mit einem fertigen Systeme hervortreten wollte. Seine 1844 erschienene „Lineale Ausdehnungslehre“ stellte an den Leser gar zu hohe Ansprüche. Er hätte statt dessen die Fachgenossen allmählich an seine neuen Methoden gewöhnen sollen, indem er sich zunächst darauf beschränkte, an allgemein interessanten Problemen zu zeigen, daß er wirklich Neues zu leisten imstande war. Er hat das auch später nachgeholt, in den zahlreichen und schönen Abhandlungen über die Erzeugung der algebraischen Kurven und Oberflächen. Aber es scheint, daß die Erinnerung an die Ausdehnungslehre die Leser auch von diesen Arbeiten abgeschreckt hat, auch sie wurden wenig oder gar nicht beachtet.

So fest Graßmann auch davon überzeugt war, daß er den rechten Weg ging, er empfand es doch als einen Mangel, daß ihm in Stettin der Verkehr mit gleichstrebenden Fachgenossen fehlte und daß er keine Möglichkeit hatte, einen Kreis von Schülern um sich zu sammeln, den er mit seinen Ideen hätte befruchten und zu deren weiterer Entwicklung und Bereicherung anregen können. Zweifellos erkannte er, daß hierin eine große Gefahr für ihn lag, die Gefahr, einseitig zu werden und schließlich die Tragweite seiner eigenen Ideen zu überschätzen, eine Gefahr, der der Autodidakt ganz besonders ausgesetzt und der auch Graßmann nicht entgangen ist. Er ließ daher auch, freilich immer vergeblich, nichts unversucht, eine andere Stellung zu erringen, die ihm Gelegenheit bieten könnte, ganz oder doch unter günstigeren Bedingungen der Wissenschaft zu leben.

Hier will ich nur den ersten Versuch dieser Art erwähnen, den er gemacht hat; denn es ist, soviel ich weiß, in der Öffentlichkeit bisher noch nichts darüber bekannt. Die Kenntnis des ganzen Vorgangs und der darauf bezüglichen Akten verdanke ich Herrn Geheimen Oberregierungsrat Elster.

Im Mai 1847 wandte sich Graßmann an das Preussische Kultus-

ministerium und übersandte diesem die Ausdehnungslehre von 1844 und die eben erschienene „Geometrische Analyse“, die 1846 von der Fürstlich Jablonowskischen Gesellschaft zu Leipzig als Preisschrift gekrönt worden war. Ein längeres Begleitschreiben sprach die Bitte aus, bei der etwa eintretenden Vakanz einer Lehrstelle im Gebiete der Mathematik oder mathematischen Physik an einer preußischen Universität gnädigst berücksichtigt zu werden; er werde sich glücklich schätzen, wenn der Minister sein Werk unparteiischen Mathematikern zur Prüfung vorzulegen geruhe, damit diese auch ihrerseits ein Urteil darüber abgeben könnten, ob er seine geistigen Eigentümlichkeiten richtig erkannt oder ob er um eine Stellung nachgesucht habe, für die er sich nicht eigne.

Vom Ministerium wurde Kummer, damals Professor in Breslau, mit der Abgabe eines Gutachtens beauftragt. Unterm 12. Juni 1847 sprach sich Kummer dahin aus, daß die Darstellung sowohl in der Ausdehnungslehre als in der geometrischen Analyse im allgemeinen als mißlungen zu bezeichnen sei. Obgleich der Stil gut sei und Geist verrate, so werde doch durchgängig eine zweckmäßige Gruppierung des Stoffes vermißt, bei welcher die Hauptpunkte vor den Nebenpunkten klar und übersichtlich hervortreten, und auch im einzelnen fehle es oft an der nötigen Klarheit. Deshalb und wegen der sehr schädlichen Manier des Verfassers, in der Erfindung neuer Worte originell zu sein, gelange man nur mit sehr großer Mühe dazu, den wahren Sinn der einzelnen Paragraphen zu ergründen. „Auch ist deswegen mit Gewißheit zu erwarten, daß diese Schrift“ (die Ausdehnungslehre) „von den Mathematikern ferner ignoriert werden wird wie bisher.“ Immerhin erkennt Kummer an, er habe bei genauer Prüfung gefunden, daß die Ausdehnungslehre wirklich neue und interessante Gesichtspunkte gewähre.

Angesichts dieses Gutachtens, das ich bald wörtlich veröffentlichen zu können hoffe, war das Ministerium selbstverständlich nicht in der Lage, Graßmanns Bitte zu erfüllen; es war jedoch bereit, ihm den Titel Professor zu verleihen, der damals immerhin noch bei weitem mehr bedeutete als heutzutage, doch aus Gründen, die hier anzuführen zu weitläufig wäre, verzögerte sich die Verleihung dieses Titels noch um volle fünf Jahre. Die Prophezeiung aber, die Kummer damals ausgesprochen hat, ist leider in jeder Beziehung in Erfüllung gegangen. Die Gleichgültigkeit der Mathematiker gegen Graßmanns Arbeiten war und blieb so groß, daß dieser schließlich den Mut verlor und sich sprachwissenschaftlichen Arbeiten zuwandte, die ihm in der Tat viel schneller die verdiente Anerkennung einbrachten.

Doch noch einmal machte er den Versuch, seine mathematischen Ideen und Methoden zur Geltung zu bringen. Im Jahre 1862 erschien eine zweite Bearbeitung seiner Ausdehnungslehre, vollständiger als die erste, deren geplanter zweiter Teil nie herausgekommen ist, und auch unvergleichlich viel reichhaltiger. Aber auch diesmal beging Graßmann einen Mißgriff, der ihn um den Erfolg brachte. Er wandte die Euklidische Darstellung in ihrer strengsten Form an und schreckte dadurch die Leser fast noch mehr ab als durch die zu philosophisch gehaltene Darstellung des ersten Werkes. So blieb dieses neue Werk ebenso unbeachtet wie das erste, obwohl er darin auch ganz neue, wichtige Untersuchungen niedergelegt hatte, zum Beispiel über das Pfaffsche Problem; die Ergebnisse, zu denen er in der Theorie dieses Problems bereits damals gelangt war, blieben wie vergraben; in den siebenziger Jahren wurden sie von andern Mathematikern wiedergefunden, die von Graßmann nichts wußten, und erst viel später hat man sie ganz nach ihrem wahren Werte gewürdigt, so daß jetzt Graßmanns Name in der Geschichte des Pfaffschen Problems mit besonderer Auszeichnung zu nennen ist.

Der Mißerfolg, den auch seine zweite Ausdehnungslehre hatte, veranlaßte Graßmann nunmehr, alle seine freie Zeit der Sprachwissenschaft zuzuwenden. Doch war es ihm noch beschieden, zu erleben, daß wenigstens sein Name auch unter den Mathematikern mit Hochachtung genannt wurde. Hermann Hankel und namentlich Clebsch sind es, die nachdrücklich auf Graßmann aufmerksam gemacht und betont haben, daß in seinen Schriften gar manches schon enthalten sei, was von anderen erst später gefunden, nun unter deren Namen gehe. Diese Anerkennung kam insofern noch zur rechten Zeit, als sich Graßmann ihrer noch von Herzen freuen und daraus Stärkung für seine Zuversicht entnehmen konnte, daß auch sein Wirken als Mathematiker nicht vergeblich gewesen sein würde, aber — und das läßt uns Mathematikern sein tragisches Geschick noch tragischer erscheinen — sie kam zu spät, als daß sie ihn noch zu neuer erfolgreicher Tätigkeit hätte anregen können. Seit längerer Zeit schon war er der Mathematik etwas entfremdet, die Wissenschaft hatte sich inzwischen weiter entwickelt und manche seiner Ideale auf anderem Wege verwirklicht, als er es getan, und zum Teil in vollkommenerer Weise, ich denke zum Beispiel an die Invariantentheorie, besonders an die symbolische Methode; das hatte er nicht verfolgt und nicht verfolgen können und glaubte, auch alles das Neue müsse sich irgendwie seiner Ausdehnungslehre unterordnen, während diese doch, wie wir es heute ausdrücken würden, ein Kalkül ist, der auf gewisse besondere, allerdings besonders

wichtige Gruppen paßt, nicht aber auf andere Gruppen, die jede zu einem eigenen Kalkül dieser Art Anlaß geben. So sind die mathematischen Abhandlungen, die Graßmann in den siebziger Jahren, zum Teil ganz kurz vor seinem Tode veröffentlicht hat, zwar anerkanntswert als Beweise der geistigen Frische des über Sechzigjährigen, aber sie fügen zu dem, was er früher geleistet hat, nichts wirklich Neues hinzu; nur unsre Kenntnis dessen, was er geleistet hat, vervollständigen sie in einigen Punkten, da er in ihnen Verschiedenes mitteilt, was er schon früher gefunden, aber noch nicht veröffentlicht hatte.

Graßmanns Werke haben bei seinen Lebzeiten in die Entwicklung der Wissenschaft gar nicht eingegriffen. Nach seinem Tode konnten sie es um so weniger, als inzwischen ein großer Teil dessen, worin er seiner Zeit voraus gewesen war, von anderen, vielfach auf ganz anderen Wegen entwickelt worden war. Aber wunderbar, vieles von den Ideen, die er zuerst gehabt hat, von den neuen Begriffen und Methoden, die er ersonnen hat, ist allmählich doch, auf Umwegen zwar und oft nicht einmal unter seinem Namen zum Allgemeingut geworden, wenigstens auf dem Gebiete der Mechanik und der mathematischen Physik. Graßmannsche Begriffe und Methoden sind da seit einer Reihe von Jahren gang und gebe geworden und werden es immer mehr. Graßmanns unerschütterliche Überzeugung von der siegreichen Kraft seiner Ideen hat sich also glänzend bewährt, mag auch der Sieg dieser Ideen zum Teil dem Einflusse der Werke Hamiltons zuzuschreiben sein, dem sogar in bezug auf gewisse unter ihnen die Priorität vor Graßmann zukommen mag.

Noch aber fehlt viel, daß Graßmanns Leistungen so allgemein anerkannt wären, wie sie es verdienen. Seine Schriften, namentlich die beiden Ausdehnungslehren werden noch lange nicht genug gelesen. Es ist wahr, diese beiden großen Werke besonders verlangen eine ungewöhnliche Ausdauer und eine unausgesetzte Anspannung des Denkens. Aber noch keiner, der sich ernstlich in sie vertiefte, hat sich ihrem Eindrucke entziehen können. Das Urteil von Kummer kann nur sehr mit Einschränkung als richtig anerkannt werden, und das ist kein Wunder; denn die kurze Zeit eines Monats, die er auf das Studium der Ausdehnungslehre von 1844 und der geometrischen Analyse verwenden konnte, war in der Tat nicht ausreichend, um diesen Schriften ganz gerecht zu werden. Ja, es muß über Graßmanns Schriften ein eigener Zauber liegen, der jüngere, noch unselbständige Naturen ganz gefangen nimmt, so daß sie sich manchmal gar nicht wieder davon los machen können. Als Graßmann schon Jahre lang im Grabe ruhte, haben wir Mathematiker gehabt, die allen Ernstes glaubten, mit

Graßmannschen Methoden und nur mit diesen könne und müsse man alles machen. Wenn schon seine Schriften so Schule zu bilden imstande waren, welchen Einfluß auf die Entwicklung der Mathematik würde er wohl ausgeübt haben. wäre es ihm vergönnt gewesen, selbst begabte Jünger der Wissenschaft in seine Ideen einzuführen und sie dafür zu begeistern!

Daß die Zahl der einseitigen Graßmannianer in dem vorhin erwähnten Sinne überhand nehmen werde, ist wohl nicht zu befürchten. Wohl aber kann jeder Mathematiker auch heute noch von Graßmann lernen: es wäre gut, wenn wenigstens sein Sinn für Reinheit der Methode und sein Abscheu gegen jedes mechanische, die Entwicklung der Idee nur verhüllende Formelrechnen Allgemeingut aller Mathematiker würden.